

تعقیب و گریز در چندضلعی با مانع

مرضیه اسکندری

استادیار گروه علوم کامپیوتر، دانشکده علوم ریاضی، دانشگاه الزهراء، تهران، ایران.
پست الکترونیکی: Eskandari@alzahra.ac.ir

زینب حسنی*

مری گروه کامپیوتر، دانشکده علوم پایه و فنی، دانشگاه کوثر بجنورد، ایران.
پست الکترونیکی: Hassani@kub.ac.ir

چکیده

حل مسائل پیچیده دنیایی واقعی می‌پردازند به طوری که می‌توان مسائل با محدودیت و تعامل بین حافظه و زمان اجرا به صورت هوشمندانه حل نمود. واژه‌های کلیدی: هندسه محاسباتی، روی‌پذیری، نمودار روی‌پذیری، مسائل تعقیب و گریز، چندضلعی حفره‌دار.

مقدمه

در سال‌های اخیر، پژوهشگران به دنبال طراحی الگوریتم‌های با تعداد متغیر کمتر بوده‌اند به طوری که الگوریتم‌های هندسی با تعداد متغیر ثابت مورد مطالعه قرار گرفته شده است [۱]. الگوریتم‌های هندسی از جمله پوسته محدب، مثلث دلونی، ورونوی دیاگرام و روی‌پذیری، الگوریتم‌های برای حل مسائل هندسی می‌باشند که هر یک از این الگوریتم‌ها در دنیای واقعی کاربردهای متنوعی دارند.

الگوریتم‌های روی‌پذیری علاوه بر این که تعامل بین زمان اجرا و حافظه مورد نیاز را فراهم می‌کند همچنین در دوربین‌های دیجیتال، تلفن‌های همراه و غیره که دارای محدودیت‌های سخت‌افزاری هستند نیز مفید می‌باشد. نمونه کاربرد دیگر در محیط‌های با چندین دستگاه با

دو شخص A و B در مسیرهای مشخص روی مرز n ضلعی ساده P حرکت می‌کنند. شخص A سرعت خود را طوری کنترل می‌کند که در طول مسیر، توسط شخص B دیده نشود. مجموعه S شامل k نقطه درون P به عنوان مانع دید داده شده و فرض بر این است که سرعت زاویه‌ای چرخش دو نفر حول هر مانع ثابت است. هدف مسئله، تعیین مسیر امن برای هر دو پیماینده است به طوری که هرگز همدیگر را در طول مسیر نبینند. برای یافتن چنین مسیری از نمودار روی‌پذیری استفاده شده است. نمودار روی‌پذیری، روی‌پذیر بودن دو نقطه را در یک چند ضلعی ساده نشان می‌دهد. همچنین به عنوان تعمیمی از مسئله تعقیب و گریز با مانع، حالتی را مورد مطالعه قرار می‌دهیم که در آن شخص A باید سرعت خود را طوری کنترل کند که در طول مسیر توسط m پیماینده دیده نشود. با استفاده از نمودار روی‌پذیری شخص A با هر یک از m پیماینده، شخص A با m پیماینده می‌تواند مسیر امنی داشته باشد. همچنین نشان می‌دهیم یافتن چنین مسیری در مرتبه زمانی $O(m^2 n^3 \log mn)$ امکان پذیر است. الگوریتم‌های هندسی همچون روی‌پذیری با روش‌های هندسی به

* نویسنده مسئول

یک حافظه محدود است که بر روی یک ورودی متمرکز بزرگ محاسباتی را انجام می‌دهند به طوری که یکپارچگی دسترسی از حافظه (نوشتن) با چندین دستگاه حائز اهمیت است [۱]. کاربردهای مسائل رویت‌پذیری، ارتباط تجهیزات شبکه بی‌سیم با مانع، مسئله گالری هنر با کمترین تعداد نگهبان، یافتن برج دیده‌بانی با حداقل ارتفاع به گونه‌ای که کل زمین T از برج دیده‌بانی قابل مشاهده باشد است [۲].

تعیین مسیر امن برای دو شخص A و B در چندضلعی ساده، نمونه‌ای از مسائل تعقیب و گریز در چندضلعی است. دو شخص A و B روی مرز یک چند ضلعی ساده با n راس بازی می‌کنند. در صورتی که شخص A با سرعت ثابت حرکت کند شخص B با کنترل سرعت خود می‌تواند مسیر امنی را روی مرز چند ضلعی برای خود داشته باشد تا همواره از دید A پنهان بماند. این مسئله با عنوان تعقیب و گریز یا گام‌برداری شناخته می‌شود [۳]. در نوع دیگری از این مسئله دو نگهبان مسیری را روی مرز یک چند ضلعی از یک نقطه شروع تا نقطه پایان در جهت مخالف گشت‌زنی می‌کنند تا فرد ناشناسی را شناسایی کنند که در [۴] با مرتبه زمانی $O(n \log n)$ حل شده است. همچنین مسئله دو نگهبان با نقاط ورود و خروج ثابت در مرتبه زمانی $O(n)$ توسط هفرنان^۱ بهبود یافته است [۵]. مطالعه دیگری در این مسائل در [۶] انجام شده است که الگوریتم در مرتبه زمانی $O(n)$ با یافتن تمام نقاط ورودی ممکن روی مرز چند ضلعی با دو نگهبان بررسی شده است. مسائل گام‌برداری روی مرز چند ضلعی با تعداد نگهبانهای مختلف نیز مطالعه شده است. لاوال^۲ و همکارانش گشت‌زنی در درون چند ضلعی با یک نگهبان را در مرتبه زمانی $O(n^2)$ مطالعه کرده‌اند [۷]. همچنین در [۸] حداقل تعداد نگهبان لازم برای گشت‌زنی روی مرز چند ضلعی در مرتبه زمانی $O(n^3)$ بررسی شده است. مسئله تعقیب و گریز برای دو نفر روی مرز چندضلعی ساده بدون مانع است در مرتبه زمان خطی $O(n)$ حل شده است [۳]. در این مقاله، تعمیمی از مسئله

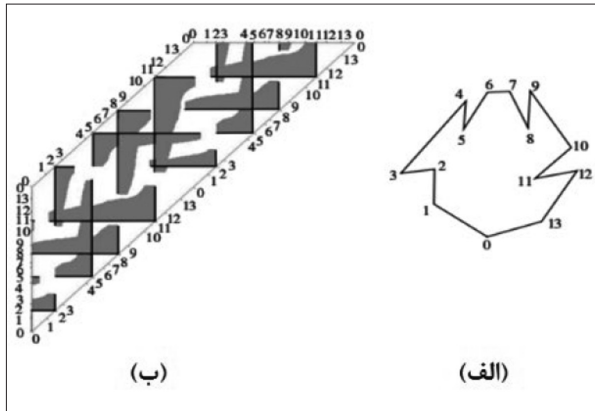
تعقیب و گریز مطالعه شده است که در آن چند ضلعی شامل موانعی است که دید دو پیماینده را محدود می‌کند. سپس حالتی که پیماینده A با m پیماینده دیگر روی مرز چند ضلعی با مانع حرکت می‌کند را مورد بررسی قرار می‌دهیم. این مسئله در حالتی که درون چندضلعی مانعی وجود نداشته باشد، توسط کوک و همکارانش در [۹] با مرتبه زمانی $O(m^2 n^3 \log mn)$ حل شده است.

در ادامه، مقاله به صورت زیر سازماندهی شده است. در بخش دوم مقاله، تعاریف اولیه شامل پیکربندی امن، نمودار رویت‌پذیری و اسکلت هر سلول بیان می‌شود. در بخش سوم و چهارم، با محاسبه سلول در نمودار رویت‌پذیری به رسم نمودار رویت‌پذیری با مانع پرداخته می‌شود و در ادامه در بخش پنجم، مسیر امن برای دو نفر با مانع بررسی شده است. در بخش شش مسئله تعقیب و گریز در چند ضلعی برای m نفر مطرح می‌شود. در انتها، مقاله با نتیجه‌گیری به اتمام رسیده است

تعاریف اولیه

در این بخش به معرفی مفاهیم اولیه و تعاریف مقدماتی مورد نیاز در حوزه رویت‌پذیری می‌پردازیم [۳، ۶، ۹]. فرض کنید P یک چند ضلعی ساده با n راس باشد که رئوس آن در جهت عقربه‌های ساعت از $0, 1, \dots, n-1$ شماره گذاری شده است. مرز چند ضلعی P را با ∂P و طول محیط آن را با $|\partial P|$ نشان می‌دهیم. مجموعه $S = \{s_1, s_2, \dots, s_k\}$ شامل k نقطه، معرف مجموعه موانع داخل چندضلعی است. همچنین فرض کنید سرعت زاویه‌ای چرخش دو پیماینده روی ∂P ، حول نقطه $(v_i, i \in k)$ ، ثابت باشد و هر دو دارای برد وسیعی در داخل چند ضلعی P بوده و خارج از چند ضلعی را نتوانند ببینند. دو پیماینده در طول حرکت روی مرز، طوری حرکت می‌کنند که در طول مسیر دیده نشوند و نقاط مانع درون چندضلعی، محدودیت دید برای دو پیماینده ایجاد می‌کنند. برای یافتن چنین مسیری از نمودار رویت‌پذیری استفاده خواهیم کرد.

1- Heffernan
2- LaValle



شکل ۲: (الف) چندضلعی ساده، (ب) نمودار رویت‌پذیری چندضلعی [۳، ۶].

نمودار رویت‌پذیری به وجود می‌آورند که شکل خاکستری نام دارند. شکل ۲ (ب) را ببینید.

لازم به ذکر است که هر راس مقعر r از P ، یک شکل خاکستری مجزا در نمودار رویت‌پذیری، به وجود می‌آورد که آن را سلول می‌نامیم. مرزهای هر سلول دارای یک پاره‌خط افقی و یک پاره‌خط عمودی است که این دو پاره‌خط، خط $y = x$ یا $y = x - |cP|$ را قطع می‌کنند.

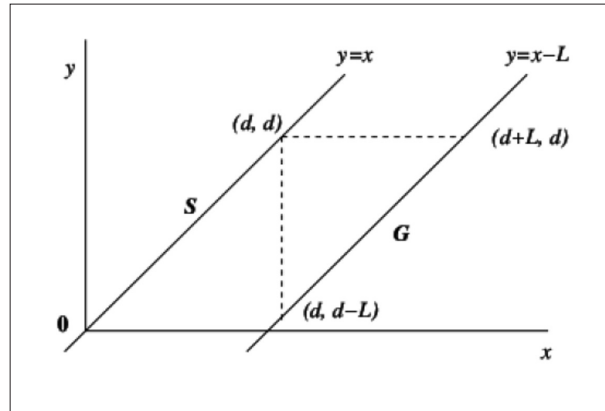
تعریف ۷. منظور از اسکلت هر سلول در نمودار رویت‌پذیری، بخشی از مرز سلول است که شامل دو پاره‌خط افقی و عمودی است که خط $y = x$ یا $y = x - |cP|$ را قطع می‌کنند.

تعریف ۸. دیاگرام رویت‌پذیری اسکلتی، اجتماعی از اسکلت همه سلول‌ها در نمودار رویت‌پذیری است که در شکل ۲ دیده می‌شود.

توجه کنید که در نمودار رویت‌پذیری، دو اسکلت می‌توانند در بیش از یک نقطه تقاطع داشته باشند و نیز دو سلول متقاطع هستند اگر و تنها اگر اسکلت آن‌ها متقاطع باشند [۳، ۹].

۲- محاسبه سلول در نمودار رویت‌پذیری

در این بخش به مطالعه نحوه محاسبه سلول‌ها در نمودار رویت‌پذیری می‌پردازیم. برای هر راس دلخواه r از چند ضلعی، راس بلافاصله قبل و بلافاصله بعد آن را به ترتیب با $Pred(r)$ و $Succ(r)$ نشان می‌دهیم. اولین محل



شکل ۱: فضای جستجو در نمودار رویت‌پذیری [۶]

تعریف ۱. دو نقطه P و Q روی مرز چندضلعی را دو به دو رویت‌پذیر گوئیم اگر پاره خط PQ به طور کامل درون یا روی مرز چندضلعی قرار بگیرد. در غیر این صورت آن‌ها را دو به دو رویت ناپذیر می‌گویند.

تعریف ۲. برای چندضلعی P ، هر زوج مرتب متشکل از دو نقطه روی مرز P را یک پیکربندی $\langle p, q \rangle \in cP \times cP$ می‌نامیم.

تعریف ۳. یک پیکربندی را امن گوئیم هرگاه دو نقطه P و Q دو به دو رویت ناپذیر باشند در غیر این صورت ناامن است.

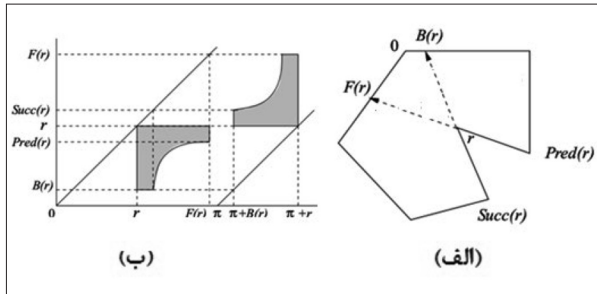
نقاطی که پیماینده اول از آن‌ها عبور می‌کند را با x_i و نقاط پیموده شده نفر دوم را با y_i نشان می‌دهیم.

تعریف ۴. نمودار رویت‌پذیری یک فضای دو بعدی از پیکربندی‌ها می‌باشد که در آن محور x معرف نقاط حرکت نفر اول بر cP است و محور y نقاط حرکت نفر دوم روی cP را نشان می‌دهد.

توجه کنید که خطوط $y = x$ و $y = x - |cP|$ همیشه ناامن هستند.

تعریف ۵. فضای بین دو خط $y = x$ و $y = x - |cP|$ را فضای جستجو می‌نامند که این ناحیه، ناحیه رویت‌پذیری است. فضای جستجو در نمودار رویت‌پذیری در شکل ۱ مشخص شده است.

تعریف ۶. مجموعه کلیه نقاط (x, y) در فضای جستجو که معرف یک پیکربندی امن هستند، اشکالی هندسی را در



شکل ۴: (الف) چند ضلعی ساده، (ب) یخشی از نمودار رویت پذیری راس r چندضلعی ساده (a) و (b) [۱۱].

اصلاح می‌کنیم. الگوریتم محاسبه نمودار رویت پذیری چندضلعی P با مجموعه موانع $S = \{s_1, s_2, \dots, s_k\}$:

مقدار $i = 1$ دهی اولیه

برای $j = 0, 1, \dots, n-1$ ، ضلع $e_j = v_j v_{j+1}$ از چندضلعی P را در نظر بگیرید. از مانع s_i به دو سر آن وصل می‌کنیم. زاویه دو ضلع به دست آمده را با θ_j و راس آن را با s_{ij} نشان می‌دهیم. در شکل ۵ الف از مانع s_i به دو سر ضلع $e_j = v_j v_{j+1}$ وصل شده است.

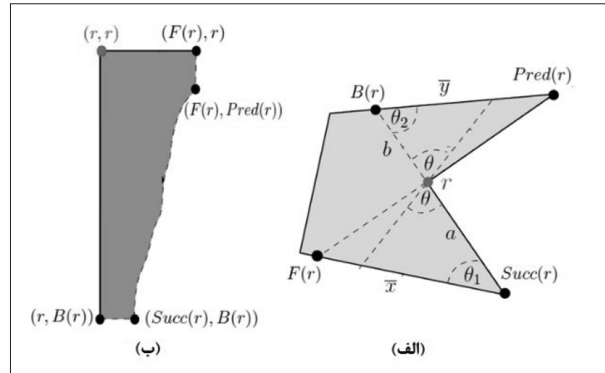
در نمودار رویت پذیری، راس s_{ij} حاصل از مانع s_i را بین دو راس v_j, v_{j+1} در نظر می‌گیریم و در سلول راس s_{ij} ، منحنی از نقطه $(Succ(s_{ij}), B(s_{ij}))$ به نقطه $(F(s_{ij}), Pred(s_{ij}))$ در نظر گرفته می‌شود. منحنی حاصل در نمودار رویت پذیری نگاشت مسیر امن دو پیماینده در نمودار رویت پذیری است. در شکل ۵ ب مسیر امن بین دو پیماینده در چندضلعی P با مانع s_i نشان داده شده است.

$i + 1$

مراحل ۲ تا ۴ را تا زمانی که $i \leq k$ باشد ادامه می‌دهیم.

۴ - محاسبه مسیر امن برای دو نفر

فرض کنید پیماینده اول از نقطه $x_1 x_1$ به $x_2 x_2$ و پیماینده دوم از نقطه $y_1 y_1$ به $y_2 y_2$ حرکت کنند، دو نقطه $sp = (x_1, y_1)$ و $tp = (x_2, y_2)$ معرف دو نقطه در نمودار رویت پذیری است. در صورتی مسیری امن برای دو پیماینده از نقطه شروع تا نقطه پایان مسیر آنها است که در نمودار



شکل ۳: (الف) چند ضلعی، (ب) سلول راس r چندضلعی [۳].

تقاطع خط حامل بردار $\overrightarrow{Succ(r)r}$ با ∂P را با نماد $B(r)$ و اولین محل تقاطع خط حامل بردار $\overrightarrow{Pred(r)r}$ با ∂P را با نماد $F(r)$ نشان می‌دهیم. شکل ۳ را ببینید.

هنگامی که شخص A از راس r به سمت $F(r)$ روی حرکت می‌کند و شخص B نیز از $B(r)$ به سمت راس r روی حرکت می‌کند، توسط یکدیگر دیده نمی‌شوند. شکل ۴ را ببینید. با توجه به این که برای هر راس مقعر r یک سلول در نمودار رویت پذیری خواهیم داشت، کفایت برای هر راس مقعر چگونگی ساخت سلول نظیرش بیان شود.

برای هر راس مقعر r سلول، اگر موقعیت دو پیماینده را با x و y نشان دهیم، x و y برحسب ثابت‌های θ_1, b, a و θ_2 و به عنوان تابعی از متغیر θ با استفاده از روابط (۱) و (۲) قابل محاسبه هستند (شکل ۳ را ببینید):

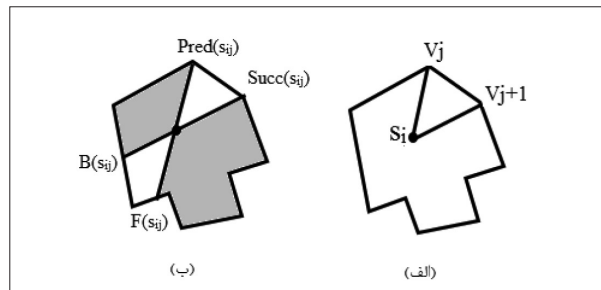
$$x = a \sin\theta / \sin(\theta + \theta_1) \quad (1)$$

$$y = b \sin\theta / \sin(\theta + \theta_2) \quad (2)$$

به این ترتیب می‌توان منحنی مرز سلول متناظر با راس r را در نمودار رویت پذیری رسم کرد.

۳- نمودار رویت پذیری با مانع

در حالتی که چندضلعی P دارای موانع نقطه‌ای شکل $S = \{s_1, s_2, \dots, s_k\}$ است، برای محاسبه نمودار رویت پذیری ابتدا با حذف موقت موانع، نمودار رویت پذیری چندضلعی P را بدون در نظر گرفتن موانع، از روش قبل محاسبه می‌کنیم سپس با افزودن موانع این نمودار را



شکل ۵: الف) از مانع s_i به دو رأس ضلع $v_j = v_{j+1}$ وصل می‌کنیم. ب) ناحیه خاکستری رنگ فضای امن دو پیماینده‌ای است که از نقطه $(Succ(s_{ij}), B(s_{ij}))$ به نقطه $(F(s_{ij}), Pred(s_{ij}))$ حرکت می‌کنند

رویت‌پذیری منحنی از نقطه sp به نقطه tp در مولفه‌های متصل یا ناحیه خاکستری رنگ نمودار رویت‌پذیری باشد. در تعریف ۸، هر دو سلول نمودار رویت‌پذیری متقاطع هستند اگر و تنها اگر اسکلت آن‌ها نیز متقاطع باشند. بنابراین بدون محاسبه سلول‌ها با تعیین تقاطع اسکلت‌ها می‌توانیم مسیر امن را در نمودار رویت‌پذیری به دست آورد.

لم ۱: برای هر نقطه ثابت (x, y) در نمودار رویت‌پذیری می‌توان اسکلت یک سلول شامل (x, y) را در مرتبه زمان $O(n)$ تعیین نمود.

قضیه ۲: فرض کنید دو پیماینده در مسیر ثابت در مرز یک چند ضلعی ساده P با n رأس حرکت می‌کنند. می‌توان در مرتبه زمانی $O(n \log n)$ و مرتبه فضای $O(n)$ تعیین کرد که آیا دو پیماینده می‌توانند به طور همزمان از نقاط شروع به نقاط انتهایی بروند بدون این که یکدیگر را ببینند [۹].

با استفاده از لم ۱ می‌توان اسکلت‌های دو نقطه sp و tp را در مرتبه زمان $O(n)$ تعیین کرد. همچنین با استفاده از قضیه ۲ می‌توان منحنی از نقطه s به نقطه t در مولفه‌های بهم متصل نمودار رویت‌پذیری را در مرتبه زمانی $O(n \log n)$ به دست آورد.

۵- مسئله تعقیب و گریز با نفر

فرض می‌کنیم شخص m با n نفر روی مرز یک چند ضلعی ساده P با n رأس حرکت می‌کنند. P یک چند

ضلعی ساده با n رأس و CP مرز چندضلعی و پیماینده‌های c_1, c_2, \dots, c_m به همراه شخص A روی مرز چند ضلعی ساده حرکت می‌کنند. هر پیماینده c_i با سرعت ثابت v_i مسیر خود را طی می‌کند. در ادامه نشان می‌دهیم که شخص A می‌تواند سرعت خود را طوری کنترل کند که در طول مسیر تا پایان آن، توسط هیچ یک از m پیماینده دیده نشود.

دو پیماینده A و c_i نقطه شروع یکتا sp_i در نمودار رویت‌پذیری هستند و خط عمودی l_i معرف نقطه پایان شخص A در نمودار رویت‌پذیری است. فرض می‌کنیم که سرعت حرکت تمام m پیماینده c_1, c_2, \dots, c_m یکسان و ثابت $(v_1 = \dots = v_m)$ باشند و آن‌ها در جهت ساعتگرد روی مرز چندضلعی حرکت می‌کنند. برای هر یک از m پیماینده با شخص A نمودار رویت‌پذیری D_1, \dots, D_m با نقطه شروع sp_i حاصل می‌شود. برای m نقطه شروع sp_1, \dots, sp_m نقطه شروع مشترک $sp_i \in R^2$ را در نظر می‌گیریم و $I = D_1 \cap \dots \cap D_m$ تقاطع نقاط امن (اشتراک ناحیه‌های خاکستری رنگ نمودار رویت‌پذیری) در نمودارهای رویت‌پذیری است.

در صورتی که هر پیماینده c_i دارای سرعت متفاوت و در جهت ساعتگرد یا خلاف ساعتگرد در مرز چندضلعی P حرکت کند. نیاز به نرمال‌سازی نمودار رویت‌پذیری پیماینده c_i است. در این صورت سرعت هر فرد v_i را با معیار $\frac{1}{v_i}$ مقیاس می‌کنیم و هنگامی که هر فرد در جهت خلاف ساعتگرد حرکت کند نمودار رویت‌پذیری را معکوس می‌کنیم. دو فرایند مقیاس و معکوس، دو نمونه از نرمال‌سازی نمودار رویت‌پذیری است.

شخص A می‌تواند مسیر خود را بدون این که هیچ یک از m پیماینده c_m ببینند، طی کند اگر و تنها اگر مسیر I از نقطه sp_i به خط پایان l_i در نمودار رویت‌پذیری موجود باشد.

قضیه ۳: فرض کنید که شخص A و m پیماینده در مسیرهای ثابت بر روی مرز یک چند ضلعی ساده P با n

رأس حرکت می‌کنند. در مرتبه زمانی $O(m^2n^3 \log mn)$ و مرتبه فضای $O(m^2n^3)$ می‌توان تعیین کرد که شخص A می‌تواند مسیر خود را بدون این که هیچ یک از m پیماینده او را ببینند طی کند یا نه.

اثبات: پیچیدگی محاسبه سلول در نمودار رویت‌پذیری چندضلعی ساده با n رأس در مرتبه زمانی $O(n)$ است پس m نمودار رویت‌پذیری نرمال‌سازی شده D_1, \dots, D_m دارای پیچیدگی محاسبه سلول در مرتبه زمان $O(mn)$ است. با توجه به لم ۱ می‌توان اسکلت‌های جفت نقاط را در مرتبه زمان $O(n)$ تعیین نمود حال می‌توان اسکلت‌های $O(m^2n^2)$ جفت نقاط امن m نمودار نرمال‌سازی شده در مرتبه زمانی $O(m^2n^3)$ تعیین نمود. بنابر قضیه ۲ در مرتبه زمانی $O(m^2n^3 \log mn)$ و مرتبه فضای $O(m^2n^3)$ می‌توان تعیین کرد که شخص A می‌تواند مسیر خود را بدون این که هیچ یک از m پیماینده او را ببینند طی کند یا نه [۹].

در مسئله تعقیب و گریز، دو شخص A و B در مرز چند ضلعی ساده حرکت می‌کنند و شخص A سرعت خود را طوری کنترل می‌کند که در طول مسیر تا پایان آن توسط شخص B دیده نشود. در تعمیم مسئله تعقیب و گریز، شخص A با m پیماینده روی مرز چند ضلعی ساده حرکت می‌کنند. شخص A می‌تواند مسیر امنی را در مرتبه زمانی $O(m^2n^3 \log mn)$ با m پیماینده داشته باشد [۹].

در این مقاله، مسئله تعقیب و گریز با موانعی در داخل چند ضلعی در نظر گرفته شد و نمودار رویت‌پذیری برای چندضلعی P با موانع $(\forall i, i \in k) s_i$ برای دو پیماینده رسم شده است. در ادامه در تعمیم مسئله تعقیب و گریز، شخص A با m پیماینده در چندضلعی با موانع $(\forall i, i \in k) s_i$ حرکت میکنند. با رسم نمودار رویت‌پذیری با موانع برای شخص A با هر یک از m پیماینده، مسیری امن برای شخص A در مقابل m پیماینده در مرتبه زمانی $O(m^2n^3 \log mn)$ می‌توان به دست آورد.

در ادامه الگوریتم تعقیب و گریز چندضلعی با موانع برای m پیماینده بیان می‌شود.

۱- نرمال‌سازی نمودار رویت‌پذیری پیماینده c_i و $i=1$
 ۲- رسم نمودار رویت‌پذیری چندضلعی بدون موانع برای پیماینده آم

۳- افزودن نمودار رویت‌پذیری چندضلعی با موانع برای پیماینده آم

۴- محاسبه مسیر امن دو پیماینده i و $i-1$
 محاسبه اسکلت‌های متصل بهم برای n رأس چند ضلعی

۵- اگر $m < i$ اجرای مرحله ۲

۶- محاسبه مسیر امن هر یک از دو پیماینده
 محاسبه اشتراک اسکلت‌های m پیماینده در نمودار رویت‌پذیری (دارای mn اسکلت مشترک با m^2n^2 جفت نقاط حاصل از اشتراک نمودار رویت‌پذیری m پیماینده)
 رسم منحنی از نقطه شروع ثابت m پیماینده تا نقطه پایان آن‌ها در نمودار رویت‌پذیری

در مسائلی همچون تعیین کمترین تعداد نگهبان در مسئله گالری هنر با تعدادی موانع در آن در تعیین برج دیده‌بانی در مکان‌های امنیتی می‌توان از محاسبه مسیر امن m پیماینده در چند ضلعی بهره برد به طوری که نشان می‌دهد مسائل پیچیده دنیای واقعی با بهره از الگوریتم‌های هندسی با روش‌های هوشمندانه قابل حل می‌باشند

۶- نتیجه‌گیری

در این مقاله مسئله تعقیب و گریز با موانع مورد بررسی قرار گرفته است. ابتدا با فرض این که دو پیماینده A و B در مسیرهای مشخص روی مرز n ضلعی ساده P شامل k مانع نقطه‌ای شکل در حرکت هستند، در پی تعیین مسیری امن برای هر دو پیماینده هستیم به طوری که هرگز همدیگر را در طول مسیر نبینند. سپس تعمیمی از این مسئله، با فرض این که شخص A با m پیماینده با مسیرهای مشخص روی مرز چندضلعی ساده با n رأس با موانع حرکت می‌کنند. شخص A سرعت خود را طوری کنترل می‌کند که در طول مسیر تا پایان آن توسط m پیماینده دیده نشود. در این

مقاله، با رسم نمودار رویت‌پذیری با مانع نشان دادیم که شخص A با m پیماینده می‌تواند مسیر امنی را در مرز چند ضلعی با مانع در مرتبه زمانی $O(m^2 n^3 \log mn)$ داشته باشد.

مراجع

1. Luis, B., Matias, K., Stefan L., Rodrigo, I.S., (2014). Computing a visibility polygon using few variables. *Computational Geometry* 47, 918–926
2. Yeganeh B., (2019). *Computational Geometry Algorithms for Visibility Problems*, A Thesis submitted to the Faculty of Graduate Studies of The University of Manitoba.
3. Cook IV, A.F, Fan, C., Luo, J., (2010). Hide-and-seek: A linear time algorithm for polygon walk problems”. In: 26th European Workshop on computational Geometry (EuroCG), 121–124.
4. Icking, C., Klein, R, (1991). The two guard’s problem. In: 7th Symposium on Computational Geometry (SoCG), 166–175.
5. Heffernan, P.J, (1993). An optimal algorithm for the two-guard problem”. In: 9th Symposium on Computational Geometry (SoCG), 348–358.
6. Zhang, J.Z, Kameda, T., (2008). A linear-time algorithm for finding all door locations that make a room searchable”, Springer, Heidelberg 2008. LNCS, 4978, 502–513.
7. LaValle, S.M., Simov, B.H., Slutzki, G., (2000). An algorithm for searching a polygonal region with a flashlight. In: 16th Symposium on Computational Geometry (SoCG), 260–269.
8. Efrat, A., Guibas, L.J., Har-Peled, S., Lin, D.C, Mitchell, J.S.B., Murali, T.M., (2000). Sweeping simple polygons with a chain of guards. In: 11th Symposium on Discrete Algorithms (SODA), 927–936.
9. Cook IV, A.F, Fan, C., and Luo, J., (2011). *Hide-and-Seek: Algorithms for Polygon Walk Problems*. Springer-Verlag Berlin Heidelberg. 495-504.
10. Bhattacharya, B., Zhang, J.Z., Shi, Q., Kameda, T., (2011). an Optimal Solution to Room Search Problem.
11. Zhang, J.Z., (2015). A Unified Framework for Two-guard Walk Problem. *Computer Science and Information Technology*, 3, 6, 233-246.