

استخراج اطلاعات ساختاری شبکه همجواری استان‌های ایران با تمرکز بر معیارهای مرکزیت

مهدی باطنی*

استادیار گروه علوم کامپیوتر، پردیس خوانسار، دانشگاه اصفهان

پست الکترونیکی: m.bateni@khc.ui.ac.ir

چکیده

مدل‌سازی یک پدیده به صورت گراف یا شبکه کمک شایانی در شناخت آن پدیده و تحلیل رفتارهایش می‌کند. در این فرایند اطلاعات جذابی درباره ارتباطات ساختاری بین اجزای شبکه، استخراج شده و روابط پنهان میان گره‌ها آشکار می‌گردد. همچنین دلایل رفتارهای کلی یک شبکه بر اساس تحلیل ساختاری آن قابل تبیین است. در این مقاله، شبکه‌ای به نام «شبکه همجواری استان‌های ایران» معرفی می‌شود که روابط همجواری بین استان‌های ایران را در قالب یک شبکه بدون جهت مدل‌سازی می‌کند. سپس سنجه‌های بنیادی این شبکه از قبیل چگالی، قطر، شعاع، ضریب خوشگی، تراگذاری، شاخص استرادا و شاخص ویینر محاسبه و گزارش می‌شود. آنگاه، در پاسخ به این سوال مهم که «مرکزی‌ترین گره شبکه کدام گره است؟»، از هشت الگوریتم مختلف محاسبه مرکزیت شامل مرکزیت درجه، مرکزیت نزدیکی، مرکزیت میانگی، مرکزیت کاتز، مرکزیت بردار ویژه، مرکزیت هارمونیک، مرکزیت بار و مرکزیت لاپلاسی استفاده می‌شود. بر پایه این الگوریتم‌ها، گره‌های شبکه بر حسب میزان مرکزیت رتبه‌بندی شده و گره‌های مهمتر بر اساس هر معیار مشخص می‌شوند. نوآوری اصلی این پژوهش در مدل‌سازی ساختار

همجواری استان‌های ایران به صورت یک شبکه و استخراج مشخصات اصلی این شبکه می‌باشد. همچنین رتبه‌بندی میزان مرکزیت استان‌ها در این شبکه بر اساس سنجه‌های شناخته‌شده صورت می‌گیرد.

کلمات کلیدی:

شبکه همجواری، تحلیل گراف، تحلیل ساختاری، معیارهای مرکزیت، استان‌های ایران.

۱- مقدمه

استفاده از مفاهیم شبکه یا گراف به عنوان مدلی برای تحلیل ساختاری ارتباطات بین اجزای یک سیستم پیچیده و پویا اخیراً رایج شده است. سیستم‌های پیچیده‌ای که از اجزای متعددی تشکیل شده‌اند که بر روی هم تاثیر می‌گذارند. این تاثیرات یا برهم‌کنش‌ها، ارتباطات بین اجزای سیستم پیچیده را تعریف می‌کنند. اجزای چنین سیستمی با گره‌های^۱ گراف و ارتباطات بین آنها با لبه‌های^۲ گراف مدل می‌شوند. بسته به شبکه مورد مطالعه، گره‌ها و لبه‌ها می‌توانند معانی متفاوتی داشته باشند. به این ترتیب شبکه‌ها برای مدل‌کردن سیستم‌های پیچیده مختلفی از قبیل ارتباطات انسانی، شبکه‌های همکاری^۳، شبکه‌های

1-Node

2-Edge

3-Collaboration Network

بین استان‌ها مشخص شود. این مطالعه توزیع مکانی و ارتباطات شبکه‌های اطلاعاتی را تحلیل می‌کند تا گره‌های کلیدی، تفاوت‌های منطقه‌ای و تحولات توپولوژیکی را در طول زمان روشن کند. این پژوهش توضیح می‌دهد که چگونه انتشار اطلاعات در سطح استان‌ها تسریع یا متوقف می‌شود و عوامل محرک شکل‌دهنده ارتباطات اطلاعاتی را شناسایی می‌کند. همچنین [۶] از تحلیل شبکه‌ای برای تحلیل شبکه اقتصادهای استانی چین استفاده می‌کند و با استفاده از روش‌های تحلیل شبکه، مسیرهای ارتباطی، وابستگی‌های متقابل و ساختار تبادلات اقتصادی بین استان‌های چین را بررسی می‌کند. یافته‌های این پژوهش نشان می‌دهد کدام استان‌ها به عنوان بخش‌های مرکزی و پیوندهای حیاتی تولید و تجارت چین عمل می‌کنند. با تمرکز بر سنج‌های شبکه مانند درجه، مرکزیت و گروه‌بندی‌های کیفی، این مطالعه توضیح می‌دهد که چه عوامل اقتصادی، جغرافیایی و سیاستی بر توزیع منابع، جریان کالا و روابط بین استانی اثر می‌گذارند.

همان‌طور که از مرور مختصر کاربردهای تحلیل شبکه‌ای در پژوهش‌های فوق مشخص می‌شود، مهمترین چالش در این حوزه مدل‌سازی درست مسائل دنیای واقعی با استفاده از مفاهیم تئوری شبکه و به‌کارگیری توانایی‌ها و الگوریتم‌های آن در حل مشکلات دنیای واقعی می‌باشد. در این مقاله ارتباطات همجواری بین استان‌های ایران به صورت یک شبکه همجواری مدل شده است، که در آن هر گره نشان‌دهنده یک استان و هر لبه بین دو گره نشان‌دهنده وجود همجواری (مرز مشترک) بین دو استان می‌باشد. سپس شبکه حاصل مورد تحلیل قرار گرفته و مهمترین سنج‌های شبکه^۴ در مورد این شبکه، استخراج و گزارش شده‌اند. سپس سعی شده به کمک مفهوم معیارهای مرکزیت به سوال در مورد میزان مرکزیت گره‌های این شبکه پاسخ داده شود. هشت معیار مرکزیت شناخته شده بر روی شبکه مورد اشاره اعمال و نتایج حاصل گزارش شده‌اند. نتیجه، پاسخی است برای تعیین میزان

زیرساختی^۵، شبکه‌های تعاملات پروتئین-پروتئین^۶ ... به کار رفته‌اند. این مدل‌سازی فواید متعددی دارد، از جمله این که در حل یک مسئله مرتبط با یک سیستم پیچیده مدل کردن سیستم به صورت شبکه و آرایه یک مدل انتزاعی از مسئله مورد بحث، می‌تواند باعث ساده‌تر شدن فهم مسئله و راحت‌تر شدن دسترسی به راه حل شود. همچنین به کمک مفاهیم و الگوریتم‌هایی که در نظریه گراف وجود دارد می‌توان سیستم پیچیده مورد نظر را مورد تحلیل قرار داد و اطلاعات با ارزشی از آن استخراج نمود و یا به پیش‌بینی‌های قابل‌توجهی در مورد آینده سیستم دست یافت. در [۱] یک شبکه وزن‌دار برای سفرهای بین شهری در کشور چین ایجاد شده است. سپس با دخیل کردن عوامل اقتصادی-اجتماعی در این شبکه فضایی و اعمال یک روش مرکزیت بهبود یافته بر روی آن به پیش‌بینی میزان ترافیک آزادراه‌ها پرداخته است. در [۲] با ایجاد یک شبکه مجتمع شده از شبکه هوایی و شبکه سریع‌السیر ریلی کشور چین در قالب یک شبکه جهت‌دار و وزن‌دار و اعمال الگوریتم‌های تحلیل شبکه و محاسبه معیارهای مرکزیت^۶ به نتایج جالب توجهی دست یافته است. همچنین [۳] با ایجاد و تحلیل یک شبکه تعاملات پروتئینی (PPI) و اعمال معیارهای مرکزیت بر آن، ۲۰ پروتئین تاثیرگذار در این شبکه را شناسایی نموده است. نتایج این تحقیق می‌تواند نقش قابل‌توجهی در تولید داروهای موثر در درمان سرطان داشته باشد. در [۴] یک شبکه همبستگی بین ۸۶ نوع دارایی مختلف (اعم از شاخص‌های سهام، شاخص‌های اوراق بدهی، نرخ‌های ارز خارجی، قراردادهای آتی کالا و رمزارزها) ایجاد نموده و سپس با استفاده از روش‌های تعیین مرکزیت شبکه به تحلیل انتخاب دارایی‌ها برای ایجاد سبد دارایی^۷ بهینه پرداخته است.

در [۵] الگوی شبکه‌ای از ارتباطات اطلاعاتی بین استانی در چین بررسی می‌شود تا چگونگی انتشار اطلاعات

4-Infrastructural Network

5-Protein-Protein Interaction (PPI)

6-Centrality Measures

7-Portfolio

8-Network Measures

جهت بودن مفهوم همجواری، شبکه همجواری استان‌ها، یک شبکه بدون جهت و بدون وزن خواهد بود. موقعیت قرار گرفتن گره‌های IPAN در شکل ۱ موقعیت جغرافیایی مرکز استان متناظر آن می‌باشد. شماره گره اختصاص داده شده به هر یک از استان‌ها در جدول ۱ قابل مشاهده می‌باشد.

۳- محاسبه سنج‌های شبکه

سنج‌های شبکه، معیارهایی عددی برای توصیف جنبه‌هایی از مشخصات شبکه می‌باشند. هر یک از این سنج‌های عددی انعکاس‌دهنده دلایل بعضی از رفتارهای یک شبکه می‌باشند. سنج‌های متعددی در ارزیابی ساختاری شبکه وجود دارد. در این بخش تعدادی از معیارهای مهمتر ارزیابی شبکه، معرفی و مقدار آنها در IPAN نشان داده می‌شود.

ساده‌ترین سنج‌های سراسری هر شبکه تعداد گره‌ها و تعداد لبه‌های شبکه می‌باشند که معمولاً با n و m نمایش داده می‌شوند. در IPAN مقدار $n=31$ و مقدار $m=74$ می‌باشد. هر گره v دارای مجموعه‌ای از گره‌های مجاور می‌باشد که با یک لبه مستقیم به v متصلند. به این گره‌ها همسایگان گره v یا گره‌های مجاور گره v می‌گوییم و آنها را با $N(v)$ نشان می‌دهیم. درجه گره v عبارتست از تعداد عناصر مجموعه $N(v)$. به عبارت دیگر تعداد همسایگان یک گره را درجه آن گره می‌نامیم [۷]. بسیاری از خصوصیات و رفتارهای یک گره در شبکه تحت تاثیر درجه گره می‌باشد. به‌طوری‌که تحلیل نحوه توزیع درجه گره‌ها در یک شبکه بسیاری از رفتارهای آن شبکه را توضیح می‌دهد. در IPAN حداکثر و حداقل درجه گره‌ها به ترتیب برابر ۹ و ۳ می‌باشد. گره شماره ۱۰ (اصفهان) با ۹ گره همجوار بالاترین درجه را داراست. همچنین ۸ گره با حداقل درجه در شبکه وجود دارند. درجه گره‌های IPAN در جدول ۱ قابل مشاهده است (DV). با مراجعه به این جدول، مقدار متوسط درجه گره‌های شبکه برای IPAN برابر $4/77$ خواهد بود.

مرکزیت استان‌های ایران با هشت نگاه مختلف به مفهوم مرکزیت که در نوع خود نگاهی متفاوت و جدید است. برای پیاده‌سازی و تحلیل شبکه همجواری استان‌های ایران از بسته NetworkX در زبان برنامه‌نویسی پایتون استفاده شده است.

در ادامه این مقاله و در بخش ۲ شبکه همجواری استان‌های ایران معرفی خواهد شد. سپس در بخش ۳ پاره‌ای از مهمترین سنج‌های یک شبکه برای این شبکه محاسبه خواهد شد. آنگاه در بخش ۴ مروری بر روش‌های محاسبه مرکزیت انجام خواهد شد. سپس در بخش ۵ معیارهای مرکزیت معرفی شده در بخش ۴ بر روی شبکه همجواری استان‌های ایران اعمال و نتایج گزارش خواهد شد. نهایتاً در بخش ۶ به نتیجه‌گیری و ارائه راهکارهای ادامه این پژوهش خواهیم پرداخت.

۲- معرفی شبکه همجواری استان‌های ایران

ایران به عنوان یکی از کشورهای وسیع دنیا دارای ۳۱ استان می‌باشد که هر یک از آنها دارای یک مرکز و تعدادی شهر می‌باشد. طبیعتاً بر اساس موقعیت جغرافیایی، هر استان با تعدادی از استان‌های دیگر دارای مرز مشترک بوده و همجوار محسوب می‌شود. برای ایجاد شبکه همجواری استان‌های ایران هر یک از استان‌ها به صورت یک گره در شبکه مدل شده‌اند و وجود مرز مشترک بین دو استان نیز به صورت یک لبه بین آن دو گره نمایش داده شده است. با بررسی مرزهای جغرافیایی بین استان‌ها، ۷۴ رابطه همجواری مشاهده شده، که بر این اساس گراف همجواری استان‌های ایران دارای ۳۱ گره و ۷۴ لبه خواهد بود. گراف مذکور که به نام شبکه همجواری استان‌های ایران (IPAN) نام‌گذاری شده است در شکل ۱ قابل مشاهده می‌باشد. در نمایش این گراف به هر یک از استان‌های ایران یک شماره بین ۰ و ۳۰ اختصاص داده شده و در صورت وجود مرز مشترک بین دو استان یک لبه بین گره‌های متناظر آنها در شبکه ایجاد شده است. با توجه به بدون

ردیف مربوط به گره ۷ در ماتریس فاصله را مرکزگرایی گره ۷ می‌نامند. مثلاً در شکل ۲ مرکزگرایی گره ۳ برابر ۶ می‌باشد. زیرا بزرگترین عدد در ردیف مربوط به گره ۳ برابر ۶ است. مقدار مرکزگرایی گره‌های IPAN در جدول ۱ قابل مشاهده است (EV). همچنین به کمک ماتریس فاصله معیار مهم متوسط فاصله گره ۷ از سایر گره‌ها نیز قابل محاسبه است، که نتیجه محاسبه آن نیز در جدول ۱ قابل مشاهده می‌باشد (A_v).

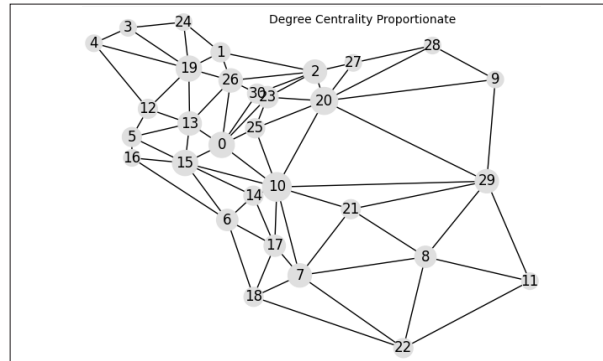
به کمک مفهوم مرکزگرایی، مفاهیم قطر شبکه و شعاع شبکه تعریف می‌شوند. قطر شبکه عبارتست از بیشینه مرکزگرایی گره‌های آن شبکه و شعاع شبکه عبارتست از کمینه مرکزگرایی گره‌های شبکه [۷]. با مراجعه به شکل ۲، می‌توان مشاهده نمود که قطر و شعاع IPAN به ترتیب ۶ و ۳ می‌باشند. در یک تعریف ساده از مرکز شبکه، بعضاً گره یا گره‌هایی را که مرکزگرایی آنها برابر شعاع شبکه باشد به عنوان مرکز شبکه تعریف می‌کنند. لذا در IPAN می‌توان مجموعه گره‌های $c=\{0, 15\}$ را که دارای حداقل مرکزگرایی هستند به عنوان مراکز IPAN در نظر گرفت (استان‌های مرکزی و لرستان).

شاخص ویینر^{۱۵} یا عدد ویینر یکی دیگر از معیارهای سراسری شبکه است که برابر با نصف مجموع همه درایه‌های ماتریس فاصله می‌باشد. اگر مجموع همه درایه‌های یک سطر ماتریس فاصله را مجموع فاصله^{۱۶} بنامیم (رابطه ۳).

$$s(u) = \sum_{v \in V(G)} d(u, v) \quad (3)$$

آنگاه شاخص ویینر شبکه برابر است با نصف مجموع $s(u)$ به ازای همه گره‌های شبکه که از رابطه ۴ به دست می‌آید [۷]. به راحتی می‌توان مشاهده کرد که شاخص ویینر یا عدد ویینر IPAN برابر ۱۲۸۱ می‌باشد.

$$W(G) = \frac{1}{2} \sum_{v \in V(G)} s(v) \quad (4)$$



شکل ۱. گراف همجواری استان‌های ایران (IPAN)

در یک شبکه بدون جهت با n گره، حداکثر تعداد لبه‌ها برابر $n(n-1)/2$ است. به شبکه‌ای با این تعداد لبه شبکه کامل^{۱۰} گفته می‌شود. مفهوم چگالی شبکه نشان‌دهنده نسبت تعداد لبه‌های موجود در شبکه (m) به تعداد لبه‌های یک شبکه کامل با همان تعداد گره (n) می‌باشد. به این ترتیب چگالی شبکه با n گره و m لبه از رابطه ۲ به دست می‌آید [۷]. با توجه به این که در IPAN مقدار n و m به ترتیب برابر ۳۱ و ۷۴ می‌باشد چگالی شبکه برابر 0.1591 خواهد بود.

$$d = \frac{2 * m}{n * (n - 1)} \quad (2)$$

کوتاه‌ترین مسیر^{۱۱} بین دو گره u, v در یک شبکه متصل^{۱۲} بدون وزن عبارتست از طول مسیری بین دو گره u و v که آن دو گره را با کمترین تعداد لبه‌ها به هم متصل می‌کند (ژئودزیک^{۱۳}). الگوریتم‌های متعددی برای یافتن کوتاه‌ترین مسیر بین دو گره وجود دارد. ماتریس فاصله [۷] از محاسبه کوتاه‌ترین مسیر بین همه جفت گره‌ها به دست می‌آید. ماتریس فاصله IPAN در شکل ۲ قابل مشاهده است. معیارهای متعددی از روی ماتریس قابل محاسبه‌اند.

مرکزگرایی^{۱۴} گره ۷ عبارتست از بیشترین فاصله ۷ از هر یک از گره‌های شبکه. به عبارت دیگر بزرگترین عدد در

10-Complete
11-Shortest Path
12-Connected Network
13-Geodesic
14-Eccentricity

15-Wiener Index
16-Distance Sum

جدول ۱. برخی از مشخصات شبکه همجواری استان‌های ایران (IPAN)

گره	استان	D _v	C _v	E _v	A _v
۰	مرکزی	۷	۰/۳۳۴	۳	۲/۱
۱	گیلان	۴	۰/۵	۵	۲/۸۳
۲	مازندران	۵	۰/۳۳۴	۴	۲/۴۳
۳	آذربایجان شرقی	۳	۰/۶۶۷	۶	۳/۷
۴	آذربایجان غربی	۳	۰/۶۶۷	۶	۳/۶۳
۵	کرمانشاه	۴	۰/۵	۴	۲/۷
۶	خوزستان	۵	۰/۴	۴	۲/۷۳
۷	فارس	۷	۰/۴	۵	۲/۶۳
۸	کرمان	۵	۰/۵	۶	۳/۱
۹	خراسان رضوی	۳	۰/۶۶۷	۵	۲/۹۷
۱۰	اصفهان	۹	۰/۴	۴	۲/۰
۱۱	سیستان و بلوچستان	۳	۰/۶۶۷	۶	۳/۲
۱۲	کردستان	۴	۰/۵	۵	۳/۰۷
۱۳	همدان	۶	۰/۴	۴	۲/۳۷
۱۴	چهارمحال بختیاری	۴	۰/۶۶۷	۴	۲/۵۳
۱۵	لرستان	۷	۰/۳۳۴	۳	۲/۱۳

گره	استان	D _v	C _v	E _v	A _v
۱۶	ایلام	۳	۰/۶۶۷	۴	۲/۸۷
۱۷	کهگیلویه و بویراحمد	۵	۰/۵	۵	۲/۶۷
۱۸	بوشهر	۴	۰/۵	۵	۳/۰۷
۱۹	زنجان	۷	۰/۳۳۴	۵	۲/۸
۲۰	سمنان	۸	۰/۲۸۶	۴	۲/۲
۲۱	یزد	۴	۰/۶۶۷	۵	۲/۷
۲۲	هرمزگان	۴	۰/۵	۶	۳/۳۳
۲۳	تهران	۵	۰/۵	۴	۲/۵
۲۴	اردبیل	۳	۰/۶۶۷	۶	۳/۴
۲۵	قم	۴	۰/۶۶۷	۴	۲/۴
۲۶	قزوین	۶	۰/۴	۴	۲/۳۷
۲۷	گلستان	۳	۰/۶۶۷	۴	۲/۸
۲۸	خراسان شمالی	۳	۰/۶۶۷	۵	۳/۱
۲۹	خراسان جنوبی	۶	۰/۳۳۴	۵	۲/۴۷
۳۰	البرز	۴	۰/۶۶۷	۴	۲/۶

0	2	2	3	3	2	2	2	3	3	1	3	2	1	2	2	3	2	2	2	3	1	3	1	1	3	3	2	1
2	0	1	2	2	3	4	4	3	3	4	2	2	4	3	4	4	5	1	2	4	5	2	1	3	1	2	3	2
2	1	0	3	3	3	4	3	3	2	2	3	3	3	4	3	4	2	1	3	4	1	2	2	1	1	2	2	1
2	3	0	1	3	4	5	6	5	4	6	2	2	4	3	4	5	1	4	5	6	4	1	4	2	4	5	3	
3	2	3	1	0	2	4	5	6	5	4	6	1	2	4	3	3	5	5	1	4	5	6	4	2	4	5	3	
2	3	3	3	2	0	2	3	4	4	2	4	1	1	2	1	1	3	3	2	3	3	4	3	3	2	4	4	
2	4	4	4	2	0	2	3	4	2	3	3	2	1	1	1	1	3	3	2	3	4	3	4	3	4	4	3	
2	4	3	5	5	3	2	0	1	3	1	2	4	3	2	2	3	1	1	4	2	1	1	3	5	2	3	3	
3	4	3	6	6	4	3	1	0	2	2	1	5	4	3	3	4	2	2	5	2	1	1	3	5	3	4	3	
3	3	2	5	5	4	3	2	0	2	2	5	4	3	3	4	3	4	4	1	2	3	2	4	2	3	2	1	
1	3	2	4	4	2	2	1	2	0	2	3	2	1	1	2	1	2	3	1	1	2	2	4	1	2	2	2	
3	4	3	6	4	3	2	1	2	0	5	4	3	3	4	3	2	5	2	2	1	3	5	3	4	3	3	1	
2	2	3	2	1	1	3	4	5	3	5	0	1	3	2	2	4	4	1	4	4	5	3	2	3	2	4	5	
1	2	2	2	2	1	2	3	4	4	2	4	1	0	2	1	2	3	3	1	3	4	2	2	1	1	3	4	
2	4	3	4	4	2	1	2	3	3	1	3	3	2	0	1	2	1	2	3	2	3	3	4	2	3	3	2	
1	3	3	3	1	1	2	3	3	1	3	2	1	1	0	1	2	2	2	2	3	2	3	2	2	3	3	2	
2	4	4	3	1	1	3	4	4	2	4	2	2	1	0	2	2	3	3	3	3	4	3	3	4	4	3	3	
2	4	3	5	5	3	1	1	2	3	1	3	4	3	1	2	2	0	1	4	2	2	3	5	2	3	3	2	
3	5	4	5	5	3	1	1	2	4	2	2	4	3	2	2	1	0	4	3	2	1	4	5	3	4	4	4	
2	1	2	1	1	2	3	4	5	4	3	5	1	1	3	2	3	4	0	3	4	5	3	1	3	1	3	4	
2	2	1	4	3	3	2	2	1	1	2	4	3	2	2	3	2	3	0	3	3	1	3	1	2	1	1	2	
2	4	3	5	5	3	1	1	2	1	2	4	3	2	2	3	2	4	0	2	3	5	2	3	3	1	1	2	
3	5	4	6	4	2	1	1	3	2	1	5	4	3	3	2	1	5	3	2	0	4	6	3	4	4	4	2	
1	2	1	4	4	3	3	3	2	2	3	3	2	2	3	3	4	3	1	3	4	0	3	1	2	2	2	2	
3	1	2	1	2	3	4	5	4	5	2	2	4	3	4	5	1	3	5	6	3	0	4	2	4	3	4	3	
1	3	2	4	4	3	3	2	1	3	3	2	2	2	3	3	1	2	3	1	4	0	2	2	2	2	2	2	
1	1	1	2	2	2	3	3	4	3	2	4	2	1	3	2	3	3	4	1	2	3	4	2	2	0	2	3	
3	2	1	4	4	4	3	3	2	2	3	4	3	3	4	3	4	3	1	3	4	2	3	2	2	0	1	2	
3	3	2	5	5	4	4	3	1	2	3	5	4	3	4	3	4	4	1	3	4	2	4	2	3	1	0	2	
2	3	2	5	5	3	3	2	1	1	1	4	3	2	2	3	2	3	4	1	1	2	2	4	2	3	2	0	
1	2	1	3	3	3	3	4	3	2	4	3	2	3	2	3	3	4	2	2	3	4	1	3	2	1	2	3	

شکل ۲. ماتریس فاصله IPAN

خوشگی گره‌های IPAN در جدول ۱ قابل مشاهده است (CV). بر اساس اطلاعات این جدول مقدار متوسط ضریب خوشگی گره‌ها در IPAN برابر ۰/۵۰۹۷ می‌باشد.

شاخص مهم دیگر در ارزیابی یک شبکه، تراگذاری^{۱۹} شبکه می‌باشد. تراگذاری شبکه نیز با تعداد مثلث‌های موجود در شبکه در ارتباط است و با آرایه یک عدد میزان تراگذاری شبکه را مشخص می‌کند. این معیار نشان می‌دهد چه کسری از روابطی که سه گره در آن حضور دارند منجر به ایجاد مثلث بین آن سه گره شده است. مثلاً در یک شبکه دوستی، اگر a,b با یکدیگر و b,c نیز با یکدیگر دوست

متوسط طول مسیر^{۱۷}، یکی دیگر از مهمترین شاخص‌های یک شبکه می‌باشد که در ارزیابی میزان کارایی شبکه تاثیرگذار است. متوسط طول مسیر هم به کمک ماتریس فاصله و هم به کمک شاخص ویینر و از رابطه ۵ محاسبه شود [۷].

$$APL(G) = \frac{2 * W(G)}{n(n-1)} \quad (5)$$

با توجه به این که در IPAN تعداد گره‌ها n=31 می‌باشد و با داشتن شاخص ویینر مقدار متوسط طول مسیر در IPAN عبارتست از $APL = 2/754$. یعنی متوسط فاصله هر استان از سایر استان‌ها برابر ۲/۷۵۴ استان می‌باشد.

ضریب خوشگی^{۱۸} یک گره یکی از موثرترین معیارها در تحلیل رفتارهای آن گره در شبکه می‌باشد. برای گره ۷ ضریب خوشگی عبارتست از نسبت تعداد مثلث‌هایی که از ۷ می‌گذرند به تعداد کل مسیرهای به طول ۲ که ۷ گره وسط آن مسیرهاست. متوسط ضریب خوشگی تمامی گره‌های شبکه را متوسط ضریب خوشگی شبکه می‌نامند [۷]. این سنج به عنوان یک عدد برای یک شبکه، یکی از مهمترین سنج‌های ارزیابی رفتارهای آن شبکه می‌باشد. ضریب

17-Average Path Length (APL)
18-Clustering Coefficient

اگر بتوان یک شبکه را بر روی کاغذ ترسیم کرد بدون آنکه لبه‌های آن با هم تلاقی داشته باشند آنگاه آن شبکه یک شبکه مسطح^{۲۲} است. همچنین عدد رنگ^{۲۳} یک شبکه، تعداد رنگ‌های مورد نیاز برای رنگ آمیزی شبکه است به طوری که هیچ دو گره مجاور آن هم رنگ نباشند. IPAN یک شبکه مسطح با ۳۱ گره و ۷۴ لبه می‌باشد که عدد رنگ آن برابر ۴ است.

یک زیرمجموعه از گره‌های یک شبکه بدون جهت، که هر دو گره آن به هم متصل باشند را کلیک^{۲۴} می‌نامند. عدد کلیک شبکه تعداد گره‌های بزرگترین کلیک آن شبکه است [۷]. عدد کلیک شبکه IPAN برابر ۳ است. زیرا بزرگترین کلیک که در آن وجود دارد کلیک مرتبه ۳ یا مثلث است. همان‌طور که قبلاً هم اشاره شد تعداد مثلث‌ها در IPAN برابر ۴۴ می‌باشد.

کارایی^{۲۵} یک زوج گره در شبکه عبارتست از حاصل ضرب عکس کوتاه‌ترین مسیر بین آن دو گره، به شرط آن که مسیری بین آن دو گره وجود داشته باشد. اگر مسیری بین دو گره نباشد میزان کارایی آن زوج گره صفر در نظر گرفته می‌شود. متوسط کارایی سراسری شبکه^{۲۶} عبارتست از میانگین کارایی همه زوج گره‌های شبکه [۸]. بر این اساس کارایی سراسری IPAN برابر ۰/۴۶۰ می‌باشد. همچنین کارایی محلی^{۲۷} یک گره عبارتست از میانگین کارایی سراسری گره‌های زیرگرافی که از همسایگان آن گره به دست می‌آید. میانگین کارایی محلی یک شبکه عبارتست از میانگین کارایی محلی گره‌های آن شبکه [۸]. بر این اساس میانگین کارایی محلی IPAN برابر ۰/۷۲۸ می‌باشد.

ضریب همجوری^{۲۸} در یک شبکه، تمایل ارتباطی بین گره‌های شبکه را بر حسب درجه آنها توضیح می‌دهد. اگر در یک شبکه گره‌های با درجه بالا (پایین) تمایل به ارتباط

هستند با چه احتمالی می‌توان گفت a,c نیز دوست خواهند بود. تراگذاری یک شبکه از رابطه ۶ به دست می‌آید [۷].

$$T(G) = \frac{3 * \text{number of triagles}}{\text{number of paths with length } 3} \quad (6)$$

تعداد کل مثلث‌های موجود در IPAN برابر ۴۴ و تعداد کل مسیرهای به طول ۲ نیز برابر ۳۲۰ می‌باشد، بر این اساس و به کمک رابطه ۶ میزان تراگذاری شبکه در IPAN برابر ۰/۴۱۲۵ خواهد بود. به تراگذاری شبکه ضریب خوشگی سراسری نیز گفته می‌شود.

اگر با شروع از گره ۷ و با گذر از لبه‌های مختلف شبکه مجدداً به گره ۷ بازگردیم یک دور^{۲۹} ایجاد شده است. طول دور، تعداد لبه‌های مسیر طی شده است. می‌توان با طی مسیرهایی با طول‌های مختلف مجدداً به گره اولیه بازگشت و دورهایی با طول‌های مختلف ایجاد نمود. اگر قرار باشد چیزی در شبکه جریان داشته باشد، هر چقدر تعداد دورهای موجود در شبکه بیشتر باشد جریان در شبکه به شکل روان‌تری امکان‌پذیر خواهد بود. شاخص استرادا^{۳۱} بر اساس تعداد دورها با طول‌های مختلف موجود در یک شبکه محاسبه می‌شود. به طوری که مجموع وزن دار تعداد دورها با طول‌های مختلف را وقتی طول دور به سمت بی‌نهایت میل می‌کند محاسبه می‌کند. وزن دورهای با طول کمتر بزرگتر و وزن دورهای با طول بیشتر کوچک‌تر در نظر گرفته می‌شود. برای این منظور، وزن یک دور به طول k برابر ۱/k! در نظر گرفته می‌شود. یعنی دورهای کوتاه در تعیین شاخص استرادا وزن بسیار بیشتری دارند و دورهای طولانی عملاً تاثیر چندانی ندارند. شاخص استرادا از رابطه (۷) به دست می‌آید که در آن k طول دور و M_k تعداد دورها به طول k می‌باشد [۷]. میزان شاخص استرادا در IPAN برابر ۴۳۱/۳۹۱ می‌باشد.

$$EE(G) = \sum_{k=0}^{\infty} \frac{M_k}{k!} \quad (7)$$

22-Planar
23-Chromatic Number
24-Clique
25-Efficiency
26-Average Global Efficiency
27-Local Efficiency
28-Assortativity

20-Closed Walk
21-Estrada Index

وجود دارند که هر کدام در زمینه خاصی، این مفهوم را بهتر تبیین می‌کنند. در نهایت، بسته به نوع شبکه و هدف مطالعه، تعیین مرکزیت گره‌ها در واقع برآورد میزان اهمیت هر گره بر اساس کاربرد موردنظر است. بلوچ و همکاران [۱۲] معیارهایی را برای دسته‌بندی روش‌های تعیین مرکزیت معرفی کرده‌اند که بر اساس آنها استفاده از سه آماره گرهی^{۲۹} متفاوت باعث تمایز بین روش‌های تعیین مرکزیت می‌شود. این که آیا روش تعیین مرکزیت مبتنی بر مسیر، مبتنی بر پیاده‌روی^{۳۰} و یا مبتنی بر کوتاه‌ترین مسیر عمل می‌کند.

ساده‌ترین و شاید قدیمی‌ترین [۱۰] رویکرد در تعیین گره مرکزی یک شبکه، انتخاب گرهی است که بیشترین درجه یا تعداد همسایگان را دارد که به آن مرکزیت درجه^{۳۱} می‌گویند. اگرچه این روش بسیار ساده است، اما در بسیاری از کاربردها منطقی و قابل قبول است. زیرا گرهی که بیشترین درجه را دارد، می‌تواند بیشترین ارتباطات را داشته باشد و در تعداد بیشتری از ارتباطات شبکه‌ای موثر باشد لذا می‌تواند مرکزی‌تر محسوب شود. یکی از مهمترین مزایای این معیار، سادگی و کم‌هزینه بودن محاسبه آن است [۷]. می‌توان مرکزیت درجه را بین صفر و یک، نرمال کرد [۱۲]. در این حالت مرکزیت درجه برای گره v ، نشان‌دهنده آن است که چه کسری از کل گره‌ها، همسایه‌ی گره v می‌باشند. بر این اساس مرکزیت درجه برای گره v از رابطه ۸ به دست می‌آید.

$$C_d(v) = \frac{D_v}{(n-1)} \quad (8)$$

مرکزیت درجه راهی سریع و ساده برای تعیین مرکزیت در بسیاری از کاربردهاست. اما به‌طور دقیق بین گره‌ها تمایز ایجاد نمی‌کند. زیرا مرکزیت همه گره‌های هم درجه برابر است. همچنین گرهی که بالاترین درجه را دارد لزوماً همیشه مرکز شبکه محسوب نمی‌شود. مثلاً در یک شبکه، یک گره حاشیه‌ای می‌تواند درجه بالایی داشته باشد در

با گره‌های درجه بالا (پایین) داشته باشند اصطلاحاً شبکه را همجور می‌گویند. اما همه شبکه‌ها همجور نیستند. مثلاً در شبکه‌های اجتماعی معمولاً گره‌های با درجه پایین تمایل به ارتباط با گره‌های با درجه بالا دارند، به چنین شبکه‌هایی شبکه‌های ناهمجور گفته می‌شود. میزان همجوری شبکه با ضریب همجوری بیان می‌شود. این ضریب بین ۱ و ۱- تغییر می‌کند. هر قدر ضریب همجوری به ۱ نزدیک باشد نشان‌دهنده همجوری بیشتر شبکه و هر قدر به ۱- نزدیک باشد نشان‌دهنده ناهمجوری بیشتر شبکه است. ضریب همجوری نزدیک به صفر به معنای خنثی بودن شبکه و عدم وجود رابطه معنی‌دار بین درجه گره‌های مجاور می‌باشد [۷]. در IPAN ضریب همجوری شبکه برابر ۰/۰۰۳- که به معنای خنثی بودن شبکه از این لحاظ می‌باشد.

۴- مروری بر روش‌های محاسبه مرکزیت

رتبه‌بندی گره‌ها در یک شبکه بر اساس میزان مرکزیت آنها مسئله‌ای کلاسیک است که طی چند دهه اخیر توجه جوامع علمی مختلف را به خود جلب کرده است [۹]. در بیش از ۶۰ سال گذشته محققان روش‌های متعددی را برای مواجه با این چالش و تعیین تاثیرگذارترین گره شبکه آزموده‌اند [۱۰]. اولین تلاش برای تعریف رسمی معیار مرکزیت به اواخر دهه ۴۰ میلادی برمی‌گردد [۱۱]. از آن زمان تا کنون روش‌های متنوعی در تعیین مرکزیت معرفی شده‌اند. این تنوع ناشی از این است که، بسته به کاربرد شبکه، مفاهیم مختلفی ممکن است در تعریف مرکز شبکه مؤثر باشند. برای مثال، در یک کاربرد، ممکن است گرهی که بیشترین تعداد همسایه را دارد به عنوان مرکزی‌ترین گره شبکه دیده شود، در کاربرد دیگر گرهی که به طور میانگین به بقیه گره‌ها نزدیکتر است مرکزی‌ترین گره شبکه فرض شود و در کاربرد دیگر، گرهی که در برقراری ارتباط سایر گره‌ها موثرتر است به عنوان مرکزی‌ترین گره شبکه انتخاب شود.

بنابراین، رویکردهای متعددی در تعریف مرکزیت

شود. در مرکزیت میانگی^{۳۳} مفهوم قرار داشتن یک گره در میانه راه کوتاه‌ترین مسیرها بین سایر گره‌ها برای تعریف مرکزیت موثر تلقی می‌شود. به عبارت دیگر این که گره ۷ چقدر بر جریان اطلاعات بین سایر گره‌ها کنترل دارد (موثر است) مشخص‌کننده میزان مرکزیت آن می‌باشد. مرکزیت میانگی به طور مستقل توسط آنتونیس و فریمین [۱۳، ۱۴] توسعه داده شد. مقدار مرکزیت میانگی گره ۷ برابر است با مجموع نسبت تعداد کوتاه‌ترین مسیرهای موجود در شبکه که از گره ۷ می‌گذرد بخش بر تعداد کل کوتاه‌ترین مسیرهای موجود در شبکه [۱۵]. رابطه ۱۰ برای محاسبه مرکزیت میانگی استفاده می‌شود.

$$C_b(v) = \sum_{s,t \in V} \frac{\sigma_{s,t}(v)}{\sigma_{s,t}} \quad (10)$$

در رابطه فوق ۷ مجموعه گره‌ها، σ_{st} تعداد کوتاه‌ترین مسیرهای بین دو گره مفروض s, t و $\sigma_{st}(v)$ نیز تعداد کوتاه‌ترین مسیرهای بین s, t است که از ۷ عبور می‌کنند (v متمایز از s, t است). اگر $s=t$ باشد آنگاه $\sigma_{st}=1$ خواهد بود و اگر $\sigma_{st}(v)=0$ ، $\sigma_{st}(v)=1$ خواهد بود [۱۶]. مرکزیت میانگی همه کوتاه‌ترین فاصله‌ها (ژئودزها) را به صورت برابر وزن می‌دهد، صرف‌نظر از این که دو گره چقدر فاصله دارند و یا این که چه تعداد ژئودز بین دو گره وجود دارد. شکل خاصی از مرکزیت میانگی وزن‌دار به نام مرکزیت پدرخوانده^{۳۴} [۱۷] معرفی شده است. در این روش از تعداد همسایگان ۷ که دارای ارتباط مستقیم نیستند و توسط ۷ به هم متصل می‌شوند به عنوان وزن در محاسبه میانگی استفاده می‌شود. همچنین روش‌هایی هم پیشنهاد شده که از میزان فاصله ژئودزیک گره‌ها در محاسبه میانگی آنها به عنوان وزن استفاده شده است [۱۸].

در یک شبکه ممکن است یک گره با درجه بالا، دارای همسایگانی باشد که از اهمیت و مرکزیت پایینی برخوردار هستند. چنین گرهی هر چند که درجه بالایی دارد اما به

حالی که به علت دور بودن از سایر گره‌ها عملاً در ارتباطات تاثیرگذار نیست. به طور طبیعی انتظار می‌رود که فاصله مرکز یک شبکه از همه گره‌های شبکه کم باشد به عبارتی انتظار می‌رود مرکز شبکه حتی الامکان به بقیه گره‌های شبکه نزدیک باشد [۱۱]. مرکزیت نزدیکی^{۳۵} در پاسخ به این انتظار تعریف شده است. این معیار، مرکزیت را بر اساس مفهوم فاصله تعریف می‌کند. مرکزیت فاصله در یک شبکه بدون وزن با توجه به معیار کوتاه‌ترین مسیر بین دو گره محاسبه می‌شود. برای محاسبه مرکزیت نزدیکی گره ۷ از معکوس متوسط فاصله آن از $n-1$ گره دیگر شبکه استفاده می‌شود. رابطه ۹ نحوه محاسبه مرکزیت نزدیکی را برای گره ۷ نشان می‌دهد [۱۲].

$$C_c(v) = \frac{n-1}{\sum_{u=1}^{n-1} d(u,v)} \quad (9)$$

در این رابطه $d(u,v)$ عبارتست از فاصله کوتاه‌ترین مسیر بین دو گره ۷ و u و $n-1$ هم تعداد گره‌های قابل دسترس از طریق ۷ می‌باشد.

مرکزیت نزدیکی مشخص می‌کند که چقدر طول می‌کشد تا اطلاعات از طریق یک گره ۷ در کل شبکه منتشر شود. هر قدر مقدار مرکزیت نزدیکی بزرگتر باشد به معنای بیشتر بودن مرکزیت گره خواهد بود. در مقایسه با مرکزیت درجه، مرکزیت نزدیکی به جای تمرکز بر درجه گره‌ها به فاصله گره از سایر گره‌ها به عنوان معیار مرکزیت توجه می‌کند. همچنین در مقایسه با مرکزیت درجه به صورت غیر پله‌ای عمل نموده و بین تمامی گره‌ها تمایز ایجاد می‌کند.

هر چند درجه و فاصله در بسیاری از موارد مفهوم مرکزی بودن را مشخص می‌کنند، اما در مواردی مرکزیت یک گره با توجه به نقشی که در ایجاد ارتباط بین سایر گره‌ها بازی می‌کند مشخص می‌شود. مثلاً گرهی که در ایجاد یک پل ارتباطی بین دو بخش یک شبکه نقش ایفا می‌کند می‌تواند گرهی مرکزی محسوب شود. در این حالت کوتاه‌ترین مسیر بین بسیاری از گره‌ها از این گره می‌گذرد و حتی نبود این گره می‌تواند باعث دوپاره شدن شبکه

33-Betweenness Centrality
34-Godfather Centrality

32-Closeness Centrality

مرکزیت کاتز^{۳۹} تعمیمی است بر مرکزیت بردار ویژه که توسط کاتز [۲۲] در سال ۱۹۵۳ معرفی شد. در این روش نیز مانند روش مرکزیت بردار ویژه، مرکزیت یک گره بر اساس میزان مرکزیت همسایه‌هایش مشخص می‌شود. مرکزیت کاتز برای یک گره، مبتنی بر شمارش همه مسیرهایی است که به گره موردنظر منتهی می‌شوند به گونه‌ای که برای مسیرهای کوتاه‌تر وزن بیشتر و برای مسیرهای طولانی‌تر وزن کمتر در نظر می‌گیرد. مرکزیت کاتز برای گره v از رابطه ۱۲ محاسبه می‌شود.

$$C_k(v) = \alpha \sum_u A_{(v,u)} C_k(u) + \beta \left(\alpha < \frac{1}{\lambda} \right) \quad (12)$$

در این رابطه، A ماتریس همجواری شبکه با مقدار ویژه اصلی λ می‌باشد. پارامتر β مقدار اولیه مرکزیت را کنترل می‌کند و α نیز معمولاً کوچکتر از عکس بزرگترین مقدار ویژه A انتخاب می‌شود. مرکزیت کاتز اهمیت نسبی یک گره را با اندازه‌گیری تعداد همسایگان بیواسطه اش (درجه) و همچنین تمامی گره‌های دیگری که به این همسایگان بیواسطه متصل هستند محاسبه می‌کند. یعنی مرکزیت را در ورای همسایگان و در ورای درجه گره در نظر می‌گیرد. به کمک پارامتر β در رابطه ۱۲ می‌توان وزن اضافی برای همسایگان مستقیم گره در نظر گرفت. برای همسایگان دور، توسط عامل تضعیف α جریمه در نظر گرفته می‌شود. مقدار α باید کمتر از معکوس بزرگترین مقدار ویژه ماتریس مجاورت باشد [۲۳]. مرکزیت کاتز یکی از روش‌های تعیین مرکزیت متداول می‌باشد به‌ویژه در شبکه‌های خلوت که تعداد لبه‌ها کم است محاسبه آن با کارایی بالایی انجام می‌شود. اخیراً یک روش جالب توجه [۲۴] برای تعیین مرکزیت کاتز در شبکه‌های بسیار متراکم معرفی شده است که با همان کارایی شبکه‌های خلوت می‌تواند رتبه‌بندی گره‌ها را در شبکه‌های بسیار متراکم بر اساس مرکزیت کاتز انجام دهد. در این روش از گراف مکمل گراف متراکم داده شده برای محاسبه مرکزیت کاتز

دلیل این که به گره‌های کم اهمیت متصل است خود نیز کم اهمیت خواهد شد. مرکزیت بردار ویژه^{۴۰}، میزان مرکزیت یک گره را بر اساس میزان مرکزیت گره‌هایی که با آنها در ارتباط است مشخص می‌کند [۱۹]. مرکزیت بردار ویژه در تحلیل ساختاری شبکه توسط بوناچیچ [۲۰] بازتعریف و برای تحلیل پیوند مورد استفاده قرار گرفت. برای محاسبه این معیار مرکزیت از پدیده‌روی‌های تصادفی^{۳۶} استفاده می‌شود. این رویکرد معادل مطالعه توزیع ایستای زنجیره مارکوف است که توسط پدیده‌روی تصادفی روی گراف تعریف شده است [۱۰]. در اصل مرکزیت بردار ویژه گره v_i عبارتست از نسبت تعداد پدیده‌روی‌های تصادفی به طول k که از گره v_i شروع می‌شوند به کل تعداد پدیده‌روی‌های تصادفی به طول k در شبکه، وقتی k به حد کافی بزرگ باشد [۷]. نسبت مذکور از روی بردار ویژه اصلی ماتریس همجواری شبکه قابل استخراج می‌باشد، به گونه‌ای که میزان مرکزیت بردار ویژه گره v_i برابر با آمین مقدار در بردار ویژه اصلی ماتریس همجواری شبکه می‌باشد. مرکزیت بردار ویژه گره v_i از رابطه ۱۱ به دست می‌آید [۷]. در این رابطه A ماتریس همجواری شبکه، φ_1 بردار ویژه اصلی A و λ_1 مقدار ویژه اصلی A می‌باشد.

$$C_e(v_i) = (\varphi_1)_i = \left(\frac{1}{\lambda_1} A \varphi_1 \right)_i \quad (11)$$

اخیراً مفهوم مرکزیت بردار ویژه لاپلاسی توسط شیمونو و همکاران [۲۱] معرفی شده است. در این روش مانند مرکزیت بردار ویژه از خواص طیفی ماتریس استفاده می‌شود. اما به جای استفاده از بردار ویژه اصلی ماتریس همجواری، از بردار ویژه اصلی ماتریس لاپلاسی شبکه استفاده می‌شود. نویسندگان ادعا می‌کنند این روش از مقیاس‌پذیری^{۳۷} و پایداری^{۳۸} بالایی برخوردار است. هر چند هنوز از آن در کاربردهای عملی زیادی استفاده نشده است.

35-Eigenvector Centrality

36-Random Walk

37-Scalability

38-Robustness

39-Katz Centrality

برابر است با مجموع عکس کوتاه‌ترین فاصله‌ها بین v و همه گره‌های دیگر شبکه و از رابطه ۱۳ به دست می‌آید [۱۲]

$$C_h(v) = \frac{1}{(n-1)} \sum_{u \neq v} \frac{1}{d(u,v)} \quad (13)$$

در این رابطه $d(u,v)$ فاصله کوتاه‌ترین مسیر بین دو گره u و v می‌باشد. در شبکه‌های ساده مقدار مرکزیت هارمونیک کاملاً با مقدار مرکزیت نزدیکی همبسته است، با این تفاوت که در محاسبه مرکزیت زوج گره‌هایی که بین آنها مسیری وجود ندارد را نیز وارد می‌کند و از این جهت بر مرکزیت نزدیکی ترجیح دارد [۱۰].

مرکزیت لاپلاسی^{۴۲} در سال ۲۰۱۲ در [۲۸] معرفی شد. دلیل نام‌گذاری آن استفاده از ماتریس لاپلاسی^{۴۳} شبکه در محاسبه این معیار مرکزیت می‌باشد، به گونه‌ای که مفهوم انرژی لاپلاسی^{۴۴} شبکه که به نوعی آنتروپی شبکه می‌باشد با استفاده از رابطه ۱۴ به صورت مجموع مربعات مقادیر ویژه ماتریس لاپلاسی شبکه تعریف می‌شود. سپس مرکزیت لاپلاسی گره v_i با میزان افت انرژی لاپلاسی شبکه، ناشی از حذف گره v_i از شبکه مشخص می‌شود [۲۸]. در رابطه ۱۴ مقدار ویژه λ_i ماتریس لاپلاسی شبکه G است و در رابطه ۱۵، $E_L(G)$ میزان انرژی لاپلاسی شبکه و $E_L(G_i)$ مقدار انرژی لاپلاسی شبکه پس از حذف گره v_i می‌باشد. همان‌طور که از رابطه ۱۵ مشخص است میزان مرکزیت یک گره متناسب با میزان ΔE می‌باشد. یعنی هر قدر افت انرژی لاپلاسی شبکه بر اثر حذف یک گره بیشتر باشد آن گره مرکزی‌تر بوده است. $E_L(G)$ در مخرج این رابطه برای نرمال شدن مقدار معیار استفاده شده است.

$$E_L(G) = \sum_{i=1}^n \lambda_i^2 \quad (14)$$

$$C_L(v_i) = \frac{(\Delta E)_i}{E_L(G)} = \frac{E_L(G) - E_L(G_i)}{E_L(G)} \quad (15)$$

استفاده می‌شود. به این ترتیب این معیار مرکزیت، هم در شبکه‌های خلوت و هم در شبکه‌های متراکم با کارایی بسیار بالا قابل محاسبه می‌باشد.

مرکزیت بار^{۴۰} برای اولین بار در [۲۵] معرفی شد. این روش مرکزیت نیز از مفهوم کوتاه‌ترین مسیر برای تعیین گره‌های مرکزی استفاده می‌کند. فرض کنید در یک شبکه برای ارسال بسته‌های داده بین همه زوج گره‌ها از کوتاه‌ترین مسیر بین هر زوج استفاده می‌شود. مرکزیت بار برای یک گره تعداد کل بسته‌های داده‌ای است که از آن گره عبور می‌کند. اگر بیش از یک کوتاه‌ترین مسیر بین دو گره وجود داشته باشد، بسته داده با یک یا چند نقطه انشعاب مواجه می‌شود. در این حالت، فرض می‌شود که بسته داده در حین حرکت به طور مساوی بر تعداد شاخه‌های هر نقطه انشعاب تقسیم می‌شود. بنابراین بار l_v در یک راس v به صورت مجموع بسته‌های داده‌ای که از راس v عبور می‌کنند تعریف می‌شود. با توجه به میزان مجموع باری که در این فرایند از یک گره عبور می‌کند میزان مرکزیت بار آن گره مشخص می‌شود. برای محاسبه مرکزیت بار برای گره v از نسبت تعداد کوتاه‌ترین مسیرهایی که از v می‌گذرد به کل کوتاه‌ترین مسیرهای موجود در شبکه استفاده می‌شود. از این جهت مرکزیت بار به مرکزیت میانگی [۲۶] شباهت دارد و از نظر عددی نیز به آن نزدیک است.

مرکزیت هارمونیک^{۴۱} در سال ۲۰۱۴ توسط بالدی و ویگنا [۱۰] معرفی شد. آنها با الهام از کاری که مارکیوری و لاتورا [۲۷] انجام داده بودند، از میانگین هارمونیک کوتاه‌ترین فاصله برای محاسبه مرکزیت استفاده کردند. میانگین هارمونیک می‌تواند مشکل گره‌های منفصل در شبکه را حل کند. زیرا در این حالت فاصله بین دو گره منفصل را بینهایت فرض کرده و در محاسبه میانگین هارمونیک مقدار عکس بینهایت یعنی صفر را در محاسبه میانگین منظور می‌کند. مرکزیت هارمونیک برای گره v

42-Laplacian Centrality

43-Laplacian Matrix

44-Laplacian Energy

40-Load Centrality

41-Harmonic Centrality

مرکزیت لاپلاسی اطلاعات ساختاری بیشتری در مورد اتصالات و چگالی شبکه پیرامون گره ۷ (فراتر از همسایگانش) را آشکار می‌کند. مثلاً می‌توان نشان داد مرکزیت لاپلاسی گره ۷ تحت تاثیر اطلاعات گره‌هایی است که از ۷ در دو مرحله قابل دسترسی هستند (خود گره، همسایگان مستقیم گره و همسایگان با فاصله ۲ از گره). در حالی که مرکزیت درجه بیشتر بر اطلاعات محلی گره (درجه) استوار است و مرکزیت‌های نزدیکی و میانگی بر اطلاعات سراسری گره متکی هستند، مرکزیت لاپلاسی یک معیار بینابینی است که هم خصوصیات سراسری و هم خصوصیات محلی یک گره را در تعیین مرکزیت آن گره دخالت می‌دهد [۲۸]. ژو و همکاران در [۲۹] نسخه بهبود یافته مرکزیت لاپلاسی^{۴۰} را معرفی کرده‌اند که محاسبه آن دقیقاً مشابه مرکزیت لاپلاسی است با این تفاوت که هر جا در محاسبه مرکزیت لاپلاسی از مرکزیت درجه استفاده می‌شد در محاسبه مرکزیت لاپلاسی بهبود یافته از مرکزیت لاپلاسی استفاده می‌شود. ارزیابی‌های صورت گرفته بر روی ۹ شبکه واقعی نشان داده که این روش از نظر دقت رتبه‌بندی و شناسایی گره‌های برتر نسبت به نسخه اصلی و شش معیار کلاسیک مرکزیت بررسی شده برتری دارد. علاوه بر این، پیچیدگی محاسباتی آن نیز نسبت به نسخه اصلی افزایش چندانی ندارد.

۵- مرکزیت در IPAN

همان‌طور که در بخش قبلی اشاره شد تعیین مرکز یک شبکه بر اساس یک روش واحد انجام نمی‌شود. بنابراین پاسخ به سوال تعیین گره مرکزی بسته به روش به کار رفته متفاوت خواهد بود. بر این اساس هشت روش تعیین مرکزیت معرفی شده در بخش قبلی بر روی داده‌های IPAN اعمال شده و رتبه‌بندی میزان مرکزیت گره‌ها (استان‌ها) بر اساس هر یک از روش‌ها انجام شده است که در این بخش به آن خواهیم پرداخت.

در IPAN گره شماره ۱۰ با درجه ۹ دارای بالاترین درجه

می‌باشد ($D_{10}=9$)، در نتیجه این گره دارای بیشترین مرکزیت درجه است. پس از آن گره ۲۰ با درجه ۸ و گره‌های ۰، ۱۵ و ۱۹ با درجه ۷ بالاترین درجه‌ها را دارند، لذا مرکزیت‌ترین گره‌های شبکه می‌باشند. بر اساس رابطه ۸، مقدار مرکزیت درجه برای گره ۱۰ که دارای درجه ۹ می‌باشد برابر است با $\frac{3}{10} = \frac{30}{100}$. بر همین اساس مرکزیت سایر گره‌ها نیز قابل تعیین است. نمودار شکل ۳-الف میزان مرکزیت درجه را برای گره‌های IPAN نشان می‌دهد. نکته قابل توجهی که در این شکل جلب نظر می‌کند پله‌ای بودن نمودار است. به این ترتیب روشن است که مرکزیت درجه بین میزان مرکزیت گره‌های هم درجه تمایزی ایجاد نمی‌کند. در شکل ۱ موقعیت قرارگیری گره‌های IPAN بر اساس موقعیت جغرافیایی مرکز استان متناظر قابل مشاهده است، همچنین شعاع هر گره در این شکل نشان‌دهنده میزان مرکزیت آن گره بر اساس معیار مرکزیت درجه برای آن گره می‌باشد نمودارهای بعدی شکل ۳ نیز میزان مرکزیت گره‌ها را بر اساس سایر معیارهای مرکزیت نشان می‌دهند. در شکل ۳-ب مرکزیت نزدیکی برای گره‌های IPAN نمایش داده شده است. همان‌طور که از شکل مشخص است گره‌های ۱۰، ۰ و ۱۵ به ترتیب بالاترین مرکزیت نزدیکی را دارند. یعنی این سه گره نزدیک‌ترین گره‌ها به سایر گره‌های شبکه هستند. بر اساس معیار مرکزیت میانگی گره‌های ۱۰، ۲۰ و ۱۵ به ترتیب بالاترین مرکزیت را دارند. این موضوع در نمودار شکل ۳-پ قابل مشاهده است و به این معناست که این سه گره در برقراری ارتباطات کوتاه‌ترین مسیر بین سایر گره‌ها بیشترین نقش را دارند. نمودار شکل ۳-ت مرکزیت بردار ویژه را برای گره‌های مختلف IPAN نشان می‌دهد که بر اساس آن گره‌های ۱۰، ۰ و ۲۰ به ترتیب بالاترین مقدار مرکزیت را بر اساس مرکزیت بردار ویژه دارند. به این ترتیب این گره‌ها از همسایگانی برخوردارند که خود، گره‌های بااهمیتی محسوب می‌شوند. در شکل ۳-ث میزان مرکزیت کاتر برای گره‌های IPAN قابل مشاهده است و بر اساس این معیار گره‌های ۱۰، ۲۰ و ۰ به ترتیب بالاترین

اساس میزان نزدیکی به سایر گره‌ها و چه بر اساس قرار گرفتن در مسیرهای ارتباطی سایر گره‌ها و یا بر اساس مرکزیت گره‌های مجاور و یا تعداد همسایگان با واسطه، در تمامی موارد گره شماره ۱۰ مرکزی‌ترین گره شبکه بوده است.

دومین گره مرکزی این شبکه بر اساس ۶ روش از ۸ روش مورد استفاده گره شماره ۲۰ (استان سمنان) و بر اساس ۲ روش دیگر (مرکزیت نزدیکی و مرکزیت بردار ویژه) گره شماره ۰ (استان مرکزی) بوده است. این به آن معناست که گره شماره ۰ به لحاظ داشتن فاصله کمتر از سایر گره‌ها (مرکزیت نزدیکی) گره مرکزی‌تری محسوب می‌شود. همچنین به لحاظ داشتن همسایگان مرکزی‌تر (مرکزیت بردار ویژه) نیز گره ۰ دارای مرکزیت بالاتری است. در سایر تعاریف مرکزیت (۶ روش دیگر) گره شماره ۶ گره مرکزی‌تری محسوب می‌شود.

انتخاب سومین گره مرکزی IPAN بر اساس روش‌های مختلف متنوع‌تر بوده است. بر اساس ۴ روش از ۸ روش مورد استفاده (مرکزیت‌های درجه، نزدیکی، میانگی و بار) گره ۱۵ (استان لرستان) سومین گره مرکزی شبکه می‌باشد و بر اساس ۴ روش مرکزیت (درجه، کاتز، هارمونیک و لاپلاسی) گره ۰ (استان مرکزی) سومین گره مرکزی IPAN است. گره ۲۰ (استان سمنان) نیز بر اساس یک روش (مرکزیت بردار ویژه) به عنوان سومین گره مرکزی شبکه انتخاب شده است که نشان‌دهنده آن است که همسایگان این گره از امتیاز مرکزیت بالایی برخوردار هستند و باعث مرکزیت آن شده‌اند. نهایتاً گره شماره ۱۹ (استان زنجان) نیز بر اساس یک معیار (مرکزیت درجه) به عنوان سومین مرکزی‌ترین گره IPAN انتخاب می‌شود که نشان‌دهنده تعدد همسایگان این گره است. بر اساس اغلب روش‌های محاسبه مرکزیت گره‌های ۳ (آذربایجان شرقی)، ۴ (آذربایجان غربی)، ۲۴ (اردبیل)، ۲۸ (خراسان شمالی) و ۱۱ (سیستان و بلوچستان) از جمله ۳ غیرمرکزی‌ترین گره‌های شبکه بوده‌اند.

مقدار مرکزیت را دارند. یعنی این ۳ گره نیز گره‌هایی هستند که بر اساس معیار مرکزیت کاتز از همسایگان بااهمیتی برخوردارند. نتایج آزمایش‌ها برای تعیین مرکزیت بر اساس معیار مرکزیت بار نشان می‌دهد که گره‌های ۱۰، ۲۰ و ۱۵ به ترتیب مرکزی‌ترین گره‌ها می‌باشند. این به آن معناست که این ۳ گره بر روی بیشترین کوتاه‌ترین مسیرهای ارتباطی بین سایر گره‌ها قرار گرفته‌اند. نمودار شکل ۳-ج رتبه این گره‌ها و سایر گره‌ها را بر اساس معیار مرکزیت بار نمایش می‌دهد. نمودار شکل ۳-چ مرکزیت هارمونیک را برای گره‌های مختلف IPAN نشان می‌دهد. همان‌طور که از شکل مشخص است گره‌های ۱۰، ۲۰ و ۰ به ترتیب بالاترین مقدار مرکزیت هارمونیک را دارند. این به آن معناست که این ۳ گره نزدیک‌ترین گره‌ها به سایر گره‌های شبکه می‌باشند. همچنین نمودار شکل ۳-ح مرکزیت لاپلاسی را برای گره‌های مختلف IPAN نشان می‌دهد که در آن گره‌های ۱۰، ۲۰ و ۰ به ترتیب مرکزی‌ترین گره‌ها بر اساس این معیار می‌باشند که به معنای آن است که حذف هر یک از این گره‌ها از شبکه بیشترین کاهش را در انرژی لاپلاسی شبکه ایجاد می‌کند.

هر یک از معیارهای فوق بر اساس نگاهی که به مفهوم مرکزیت دارند گره‌های IPAN را به ترتیب مرکزیت امتیازدهی و مرتب نموده‌اند. روشن است که در هر کاربرد ممکن است بنیان منطقی مرکزیت با مفاهیم متفاوتی مانند فاصله، درجه، موقعیت توپولوژیکی و ... بهتر تطابق داشته باشد. لذا بایستی از روش یا روش‌هایی از مرکزیت استفاده شود که با این بنیان منطقی تطابق بهتری داشته باشند. جدول ۲ مقایسه مرکزیت گره‌های IPAN را بر اساس هشت معیار مرکزیت معرفی شده در این پژوهش نشان می‌دهد. خلاصه این اطلاعات در شکل ۴ قابل مشاهده است، در تحلیل شبکه IPAN، گره شماره ۱۰ (استان اصفهان) بر اساس هر ۸ روش تعیین مرکزیت به عنوان مرکز شبکه انتخاب شده است. به این ترتیب چه مرکزیت بر اساس تعداد همسایگان بیواسطه سنجیده شود، چه بر

گره همخوانی دارد در حالی که در کاربرد دیگر بیشتر با مفهوم فاصله گره از سایر گره‌ها منطبق می‌شود و در کاربرد دیگر با مفهوم ایفای نقش پل ارتباطی بین سایر گره‌ها منطبق می‌شود. لذا هر یک از معیارهای مرکزیت در کاربردی که با آن همخوانی بیشتری دارد استفاده می‌شوند.

مرکزیت درجه معیاری است ساده و سریع که نشان‌دهنده میزان اتصال یک گره به سایر گره‌هاست. اما این معیار یک گره دورافتاده را به صرف داشتن درجه بالا به عنوان مرکز انتخاب می‌کند که ممکن است در بعضی کاربردها مطلوب نباشد. این معیار می‌تواند در شناسایی گره‌های پر ارتباط برای توزیع بار یا اطلاعات در یک شبکه مفید باشد. در حالی که مرکزیت نزدیکی گره‌هایی را که به سایر گره‌ها دسترسی سریع دارند به عنوان مرکز شناسایی می‌کند و برای سنجش کارایی نفوذ یا انتشار سریع اطلاعات مناسب‌تر است البته که محاسبه آن در گراف‌های بزرگ ممکن است هزینه‌بر باشد. علاوه بر این، این معیار به وجود گره‌های منفرد یا خوشه‌های ایزوله حساس است. از کاربردهای احتمالی در آن IPAN می‌توان به طراحی شبکه‌های توزیع بهینه و انتخاب گره‌های واحدهای پاسخ سریع اشاره کرد. مرکزیت میانگی می‌تواند به شناسایی گره‌های کلیدی در مسیرهای حد فاصل کمک کند. همچنین در مسیریابی و کنترل جریان اطلاعات نیز دارای کاربرد خواهد بود. این معیار هم در شبکه‌های بزرگ بار محاسباتی قابل توجهی دارد و به تغییرات کوچک در ساختار شبکه نیز حساس است. در شبکه IPAN می‌تواند در کاربردهای مدیریت ریسک و کنترل پخش اطلاعات یا ترافیک و تشخیص نقاط شکست و ایجاد مقاومت در شبکه کمک کند. مرکزیت کاتز چون هم به گره‌های مستقیم و هم به گره‌های غیرمستقیم وزن می‌دهد معیار دقیق‌تری محسوب می‌شود. ضمن آن که نسبت به گره‌های دورتر و حذف شده پایداری بیشتری دارد. این روش نیاز به تنظیم پارامتر انتشار (α) و مقداردهی مناسب آن دارد

شناسایی گره‌های مرکزی شبکه همجواری استان‌های ایران در زمینه‌های متعدد کاربردی برای تصمیم‌سازان راهگشا خواهد بود. از جمله می‌توان به موارد زیر اشاره کرد:

- گره‌های مرکزی با احتمال بالای تأثیرگذاری در شبکه، نقاط بحرانی محسوب می‌شوند؛ با افزایش تاب‌آوری این گره‌ها می‌توان از پخش سریع اختلالات جلوگیری کرد.
- در هنگام رخدادهای طبیعی یا اقتصادی، دسترسی سریع و مطمئن به گره‌های مرکزی می‌تواند فرایند توزیع کمک‌رسانی و بازسازی را تسریع کند.
- شناسایی گره‌های مرکزی شبکه به عنوان کانون‌های توزیع و انتقال کالا، انرژی و اطلاعات، منجر به تعیین اولویت‌های سرمایه‌گذاری زیرساختی در این استان‌ها و همچنین کاهش هزینه‌های حمل‌ونقل و افزایش کارایی کل اقتصاد ملی خواهد شد.
- گره‌های مرکزی معمولاً نقش کلیدی در جریان کالاهای خدمات و داده‌ها دارند؛ توجه به این گره‌ها می‌تواند منجر به کاهش تاخیرهای لجستیک و هزینه‌های ترانزیت شود.
- تقویت استان‌های مرکزی می‌تواند به تقویت اتصال‌پذیری مناطق پیرامونی و ایجاد توازن در توسعه منطقه‌ای شود.
- کاهش تردد و حمل‌ونقل غیرضروری از طریق بهبود کارایی شبکه می‌تواند آلودگی و مصرف انرژی را کاهش دهد.
- با شناسایی گره‌های مرکزی، نهادهای تصمیم‌گیرنده می‌توانند سیاست‌های هماهنگ‌تر و همسوتر با شبکه ملی ایجاد کنند تا اثرات خارجی مانند ترافیک سرمایه را کاهش دهند.

هر یک از معیارهای مرکزیت دارای نقاط قوت و ضعف ویژه خود هستند که این ویژگی‌ها باعث انتخاب یا عدم انتخاب آنها در شرایط محاسباتی متفاوت خواهد شد. همچنین با توجه به مفهوم مرکزیت در یک کاربرد خاص، نوع معیار مرکزیت انتخابی متفاوت خواهد بود. در یک کاربرد، مفهوم مرکزیت بیشتر با مفهوم درجه

جدول ۲. میزان مرکزیت گره‌های IPAN بر حسب معیارهای هشت‌گانه مورد بررسی

ردیف	مرکزیت درجه	مرکزیت میانجی	مرکزیت نزدیکی	مرکزیت بار	مرکزیت کاتر	مرکزیت بین‌داری	مرکزیت بین‌داری	مرکزیت بین‌داری	مرکزیت بین‌داری
۱۶	۰.۱۰۰	۰.۳۴	۰.۰۰۷	۰.۱۰۱	۰.۱۴	۰.۰۰۰	۰.۴۱۴	۰.۰۴۷	۰.۰۴۷
۱۷	۰.۱۶۷	۰.۳۷	۰.۰۲۵	۰.۱۸۹	۰.۱۸۴	۰.۰۲۵	۰.۴۷۳	۰.۰۴۷	۰.۰۴۷
۱۸	۰.۱۳۳	۰.۳۲۶	۰.۰۳۰	۰.۱۱۹	۰.۱۵۸	۰.۰۳۰	۰.۴۱۸	۰.۰۴۷	۰.۰۴۷
۱۹	۰.۲۳۳	۰.۳۵۷	۰.۰۱۳	۰.۱۴۰	۰.۱۲۰	۰.۱۳۳	۰.۴۸۴	۰.۰۴۷	۰.۰۴۷
۲۰	۰.۲۶۷	۰.۴۵	۰.۰۲۵	۰.۲۷۹	۰.۲۳۳	۰.۰۲۵	۰.۵۴۴	۰.۰۴۷	۰.۰۴۷
۲۱	۰.۱۳۳	۰.۳۷۰	۰.۰۱۱	۰.۲۷۰	۰.۱۷۰	۰.۰۱۱	۰.۴۵۶	۰.۰۴۷	۰.۰۴۷
۲۲	۰.۱۳۳	۰.۳۰۰	۰.۰۳۰	۰.۲۰۰	۰.۱۵۴	۰.۰۳۰	۰.۳۹۸	۰.۰۴۷	۰.۰۴۷
۲۳	۰.۱۶۷	۰.۴۰۰	۰.۰۱۵	۰.۲۰۰	۰.۱۵۴	۰.۰۳۰	۰.۴۸۳	۰.۰۴۷	۰.۰۴۷
۲۴	۰.۱۰۰	۰.۲۹۴	۰.۰۰۶	۰.۰۵۶	۰.۰۸۷	۰.۰۱۳	۰.۴۸۳	۰.۰۴۷	۰.۰۴۷
۲۵	۰.۱۳۳	۰.۴۱	۰.۰۰۷	۰.۲۱۱	۰.۱۷۰	۰.۰۱۱	۰.۴۸۳	۰.۰۴۷	۰.۰۴۷
۲۶	۰.۲۰۰	۰.۴۲	۰.۰۰۹	۰.۲۱۱	۰.۱۷۰	۰.۰۱۱	۰.۴۸۳	۰.۰۴۷	۰.۰۴۷
۲۷	۰.۱۰۰	۰.۳۵۷	۰.۰۱۰	۰.۱۴۴	۰.۱۰۱	۰.۰۱۱	۰.۴۲۳	۰.۰۴۷	۰.۰۴۷
۲۸	۰.۱۰۰	۰.۳۰۲	۰.۰۰۱	۰.۱۳۹	۰.۰۹۰	۰.۰۰۱	۰.۳۹۲	۰.۰۴۷	۰.۰۴۷
۲۹	۰.۲۰۰	۰.۴۰۵	۰.۰۱۱	۰.۲۰۱	۰.۱۶۰	۰.۰۲۰	۰.۵۱۱	۰.۰۴۷	۰.۰۴۷
۳۰	۰.۱۳۳	۰.۳۸	۰.۰۰۴	۰.۱۷۰	۰.۱۶۹	۰.۰۰۵	۰.۴۵۶	۰.۰۴۷	۰.۰۴۷
۱	۰.۱۳۳	۰.۳۵	۰.۰۱۳	۰.۱۱۳	۰.۱۶۱	۰.۰۲۰	۰.۴۱۱	۰.۰۴۷	۰.۰۴۷
۲	۰.۲۰۰	۰.۴۱۱	۰.۰۲۰	۰.۱۹۷	۰.۱۲۶	۰.۰۱۲	۰.۶۰۵	۰.۰۴۷	۰.۰۴۷
۳	۰.۱۰۰	۰.۲۷۰	۰.۰۰۱	۰.۱۳۷	۰.۰۵۰	۰.۰۰۱	۰.۳۵۲	۰.۰۴۷	۰.۰۴۷
۴	۰.۲۷۵	۰.۳۰۰	۰.۰۵۳	۰.۱۳۶	۰.۰۰۲	۰.۰۳۰	۰.۴۳۰	۰.۰۴۷	۰.۰۴۷
۵	۰.۱۳۳	۰.۳۷۰	۰.۰۳۳	۰.۱۵۰	۰.۰۱۲	۰.۰۰۳	۰.۴۴۴	۰.۰۴۷	۰.۰۴۷
۶	۰.۱۶۷	۰.۴۰۰	۰.۰۴۹	۰.۱۷۵	۰.۰۱۵	۰.۰۰۶	۰.۴۵۶	۰.۰۴۷	۰.۰۴۷
۷	۰.۲۰۰	۰.۳۰۰	۰.۰۵۰	۰.۱۹۰	۰.۰۲۰	۰.۰۰۶	۰.۴۸۹	۰.۰۴۷	۰.۰۴۷
۸	۰.۱۶۷	۰.۳۰۰	۰.۰۴۰	۰.۱۷۱	۰.۰۱۴	۰.۰۰۱	۰.۴۳۱	۰.۰۴۷	۰.۰۴۷
۹	۰.۱۰۰	۰.۳۷۰	۰.۰۰۵	۰.۱۴۴	۰.۰۱۰	۰.۰۰۵	۰.۴۱۰	۰.۰۴۷	۰.۰۴۷
۱۰	۰.۳۰۰	۰.۳۱۴	۰.۰۳۷	۰.۲۶۶	۰.۰۳۱	۰.۰۰۸	۰.۴۰۸	۰.۰۴۷	۰.۰۴۷
۱۱	۰.۱۰۰	۰.۳۰۰	۰.۰۸۳	۰.۰۳۱	۰.۰۰۷	۰.۰۰۱	۰.۳۹۲	۰.۰۴۷	۰.۰۴۷
۱۲	۰.۱۳۳	۰.۳۲۶	۰.۰۰۳	۰.۱۵۷	۰.۰۰۹	۰.۰۰۳	۰.۴۱۹	۰.۰۴۷	۰.۰۴۷
۱۳	۰.۲۰۰	۰.۴۲۰	۰.۰۱۲	۰.۲۰۲	۰.۰۲۰	۰.۰۱۳	۰.۵۱۹	۰.۰۴۷	۰.۰۴۷
۱۴	۰.۱۳۳	۰.۳۹	۰.۰۱۰	۰.۱۸۱	۰.۰۱۷	۰.۰۰۱	۰.۴۷۰	۰.۰۴۷	۰.۰۴۷
۱۵	۰.۲۳۳	۰.۴۶	۰.۰۱۹	۰.۲۶۷	۰.۰۲۲	۰.۰۱۸	۰.۵۵۵	۰.۰۴۷	۰.۰۴۷

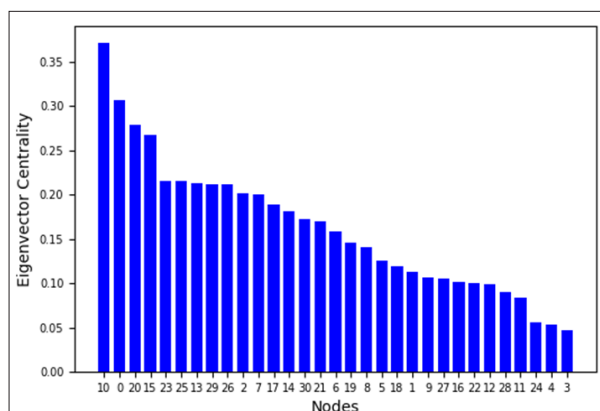
پیچیده باشد و سرانجام مرکزیت لاپلاسی که به ساختار توپولوژیکی شبکه از منظر ماتریس لاپلاسی نگاه می‌کند به تغییرات در همبستگی و اتصال‌پذیری شبکه حساس است و تفسیر عملی آن نیز ممکن است دشوار باشد. از کاربردهای احتمالی آن می‌توان به تحلیل پایداری و تاب‌آوری شبکه‌های توزیع و بررسی گره‌های کلیدی برای حفظ اتصال کل شبکه و تشخیص خوشه‌ها اشاره کرد.

هر یک از کاربردهای ذکر شده فوق ممکن است در شبکه همجواری استان‌های ایران نیز مطرح باشند. لذا با توجه به نوع کاربرد و با توجه به شناختی که در این پژوهش نسبت به گره‌های مرکزی شبکه همجواری استان‌های ایران به‌دست آمد می‌توان معیار مرکزیت مناسب و سپس گره‌های مرکزی شبکه را در آن کاربرد انتخاب نمود و از مزایای این انتخاب درست استفاده کرد.

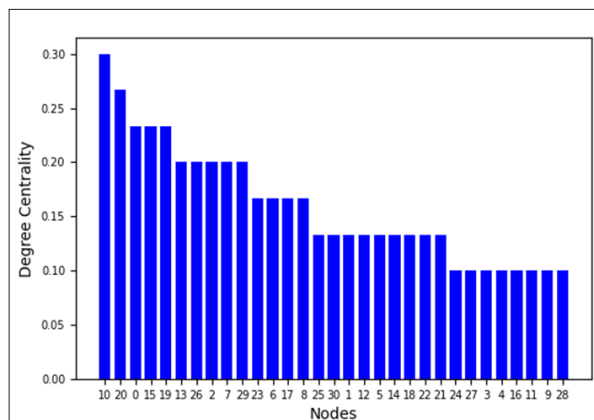
۶- بحث و نتیجه‌گیری

در این مقاله ساختار همجواری استان‌های ایران در قالب یک شبکه بدون جهت بدون وزن مدل شد که از آن به اختصار با عنوان IPAN نام برده شد. این شبکه دارای ۳۱ گره و ۷۴ لبه می‌باشد که لبه‌های آن نشان‌دهنده وجود مرز

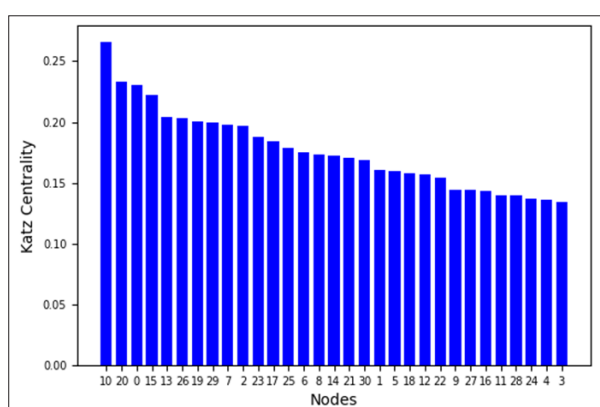
و محاسبه آن نیز پیچیده‌تر از مرکزیت درجه یا نزدیکی است. از کاربردهای آن می‌توان به اولویت‌بندی گره‌های با نفوذ غیرمستقیم در شبکه اشاره کرد. با توجه به این که مرکزیت بردار ویژه گره‌ها را بر اساس ارتباط آنها با گره‌های با مرکزیت بالا رتبه‌بندی می‌کند بازتاب عمیق‌تری از اثرات شبکه‌ای را ارائه می‌کند. از طرفی این روش به گراف غیرمتصل یا نامتصل بودن بخش‌های شبکه حساس است. مرکزیت بردار ویژه در کاربردهایی از قبیل شناسایی گره‌های کلیدی در شبکه‌های اجتماعی یا اقتصادی پیچیده و همچنین تحلیل تأثیرگذاری گره‌ها در گذر زمان قابل استفاده است. مرکزیت بار که ترکیبی از مرکزیت میانجی و بار مسیرها را برای تعیین مرکزیت در نظر می‌گیرد، می‌تواند پرهزینه و زمان‌بر باشد اما در کاربردهایی از قبیل مدیریت ترافیک و شناسایی گره‌های با بار سنگین عبوری و بهینه‌سازی مسیرهای حمل‌ونقل و شبکه‌های توزیع دارای مزیت می‌باشد. مرکزیت هارمونیک نیز که ترکیبی از ارتباطات مستقیم و غیرمستقیم با وزندهی منفی نسبت به فاصله‌ها را استفاده می‌کند در برابر تاثیر گره‌های دورافتاده مقاوم است اما هنوز در کاربردهای زیادی استفاده نشده است و تفسیر آن نیز ممکن است



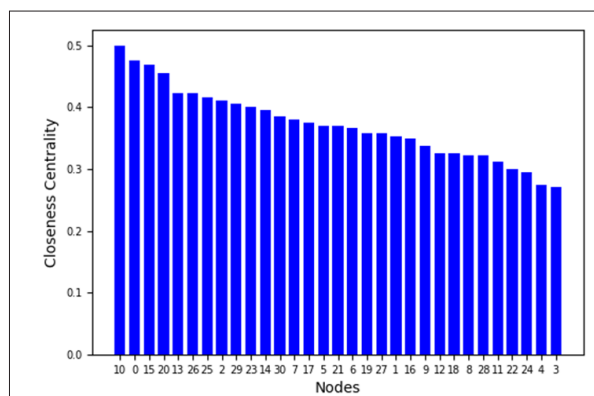
شکل ۳-ت- هیستوگرام مرکزیت گره‌های IPAN در گراف بدون وزن بر اساس مرکزیت بردار ویژه



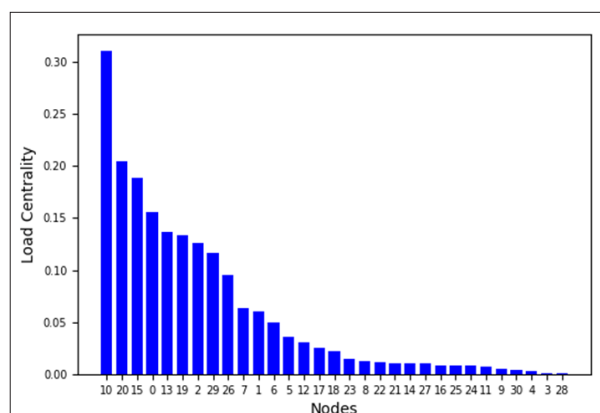
شکل ۳-الف- هیستوگرام مرکزیت گره‌های IPAN در گراف بدون وزن بر اساس مرکزیت درجه



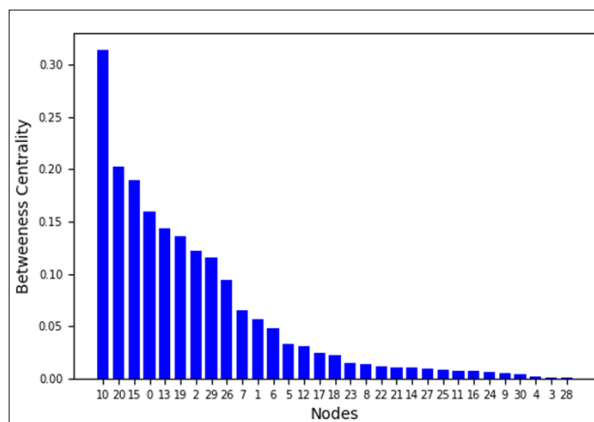
شکل ۳-ث- هیستوگرام مرکزیت گره‌های IPAN در گراف بدون وزن بر اساس مرکزیت کاتز



شکل ۳-ب- هیستوگرام مرکزیت گره‌های IPAN در گراف بدون وزن بر اساس مرکزیت نزدیکی



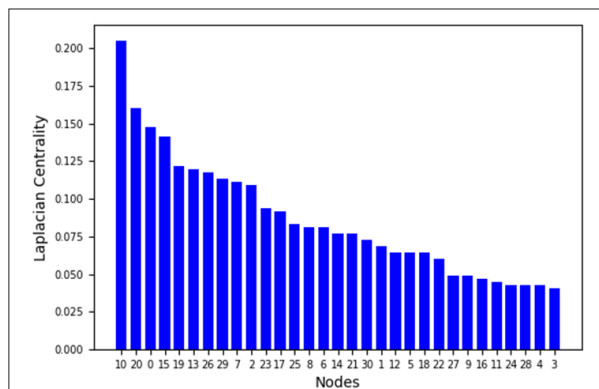
شکل ۳-ج- هیستوگرام مرکزیت گره‌های IPAN در گراف بدون وزن بر اساس مرکزیت بار



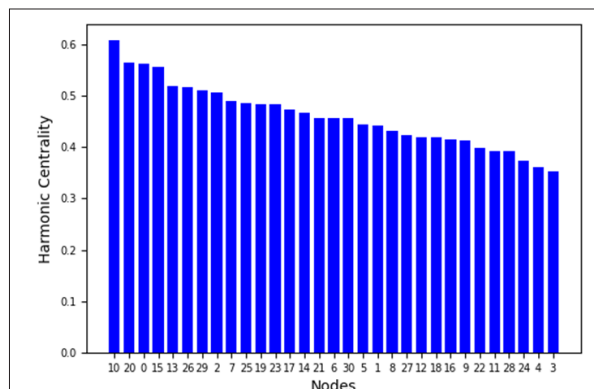
شکل ۳-پ- هیستوگرام مرکزیت گره‌های IPAN در گراف بدون وزن بر اساس مرکزیت میانگی

محاسبه مرکزیت برای شبکه‌های بدون جهت بر روی IPAN اعمال گردید و نتایج آن گزارش شد. بر اساس نتایج حاصله گره شماره ۱۰ بر اساس کلیه روش‌های محاسبه مرکزیت، مرکزی‌ترین گره شبکه می‌باشد. همچنین گره‌های ۲۰ و ۰ نیز از جمله مرکزی‌ترین گره‌های شبکه بوده‌اند.

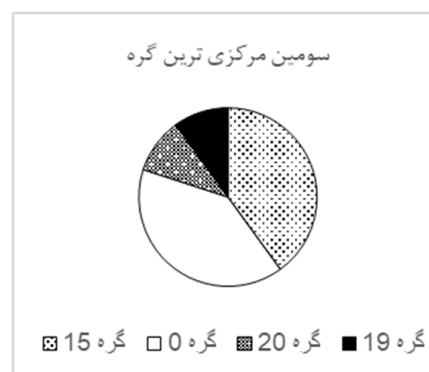
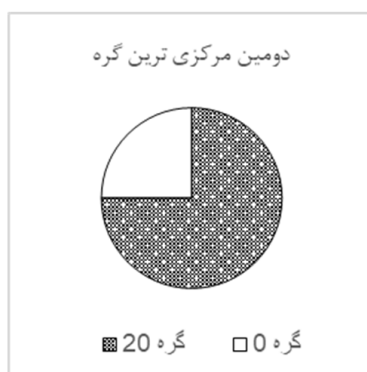
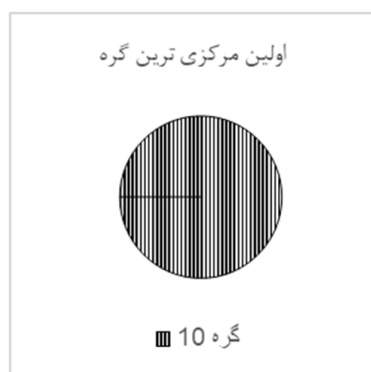
مشترک بین دو استان می‌باشد. سپس معیارهای ساختاری متعددی از قبیل چگالی، قطر، شعاع، ضریب خوشگی و ... برای IPAN مورد محاسبه قرار گرفت. همچنین ضمن توضیح اجمالی پیرامون روش‌های مختلف محاسبه مرکزیت گره‌ها در یک شبکه، ۸ روش از روش‌های متداول



شکل ۳-ح- هیستوگرام مرکزیت گره‌های در گراف بدون وزن بر اساس مرکزیت لاپلاسی



شکل ۳-چ- هیستوگرام مرکزیت گره‌های IPAN در گراف بدون وزن بر اساس مرکزیت هارمونیک



شکل ۴. مرکزی ترین گره‌های IPAN بر اساس معیارهای هشت‌گانه مرکزیت بررسی شده

- [2] Mengyuan, L., Jimenez Perez, E. & Mason, K. 2025. "Complex network analysis of China's integrated air-high-speed rail network: Topological characteristics, centrality measures, and cluster analysis." *Journal of Transport Geography*, vol.127.
- [3] Rout, Trilochan, et al. 2024. "Centrality measures and their applications in network analysis: unveiling important elements and their impact." *Procedia Computer Science*, vol. 235, pp.2756-2765.
- [4] Wang, Gang-Jin, et al. 2024. "Portfolio optimization based on network centralities: Which centrality is better for asset selection during global crises?." *Journal of Management Science and Engineering*, vol. 9, no.3, pp.348-375.
- [5] Yang, Y., Zhouying, S. & Kunbo, S. 2019. "Network Pattern of Inter-Provincial Information Connection and Its Dynamic Mechanism in China Based on Baidu Index." *Economic geography*, vol.39, no.9, pp.147-155.
- [6] Sun, X., An, H. & Liu, X. 2018. "Network analysis of Chinese provincial economies." *Physica A: Statistical Mechanics and its Applications*, vol.429, pp. 1168-1180.
- [7] Estrada, E. 2011. *The structure of complex networks, theory and applications*, Oxford university press.
- [8] Latora, V. & Marchiori, M. 2001. "Efficient behavior of small-world networks." *Physical Review Letters*, vol.87, no.19, pp.198701.
- [9] E. Dudkina et al. "A comparison of centrality measures and their role in controlling the spread in epidemic networks." In-

در ادامه پژوهش حاضر و به عنوان کارهای آتی با توجه به گستردگی تعاریف موجود از مفهوم مرکزیت، می‌توان معیارهای مرکزیت بیشتری را بر روی IPAN اعمال نمود و نتایج حاصل را با معیارهای هشت‌گانه بررسی شده در این پژوهش مقایسه نمود. همچنین با تعریف مناسب مفهوم وزن در این شبکه، می‌توان تحلیل‌های صورت گرفته در این پژوهش را به شبکه IPAN وزن‌دار گسترش داد تا دیدگاه دقیق‌تری از مرکزیت استان‌های ایران به دست آید. وزن‌دار کردن IPAN به طرق مختلفی قابل انجام می‌باشد که هر یک در کاربرد مناسب خود می‌تواند منجر به تحلیل‌های دقیق‌تر و دستیابی به نتایج جالب توجهی شود.

مراجع

- [1] Zhang, B. et al. 2024. "Inferring freeway traffic volume with spatial interaction enhanced betweenness centrality." *International Journal of Applied Earth Observation and Geoinformation*, vol.129.

- ternational Journal of Control, vol.97, no.6, 2024.
- [10] Boldi, P. & Sebastiano, V. 2014. "Axioms for centrality." Internet Mathematics, vol.10, no.3-4, pp.222-262.
- [11] Bavelas, A. 1948. "A mathematical model for group structures." Human Organization, vol.7, no.3, pp.16-30.
- [12] Bloch, F., Jackson, M.O. & Tebaldi, P. 2023. "Centrality measures in networks." Soc Choice Welf, vol.61, pp.413-453.
- [13] Anthonisse, J. M. 1971. "The rush in a graph." Technical report, Amsterdam: University of Amsterdam Mathematical Centre, 1971.
- [14] Freeman, L.C. 1977. "A set of measures of centrality based on betweenness." Sociometry, vol.40, no.1, pp.35-41.
- [15] Brandes, U. 2001. "A Faster Algorithm for Betweenness Centrality." Journal of Mathematical Sociology, vol.25, no.2, pp.163-177.
- [16] Brandes, U. 2008. "On Variants of Shortest-Path Betweenness Centrality and their Generic Computation." Social Networks, vol.30, no.2, pp.136-145.
- [17] Jackson, M. O. 2020. "A typology of social capital and associated network measures." Social choice and welfare, vol.54, no.2, pp.311-336.
- [18] Ercsey-Ravasz, M. et al. 2012. "Range-limited centrality measures in complex networks." Physical Review E—Statistical, Nonlinear, and Soft Matter Physics, vol.85, no.6.
- [19] Seeley, J. R. 1949. "The net of reciprocal influence: A problem in treating sociometric data." Canadian Journal of Psychology, vol.3, pp.234-240.
- [20] Bonacich, P. 1987. "Power and centrality: A family of measures." American Journal of Sociology, vol.92, no.5, pp.1170-1182.
- [21] Shimono, K. & Tamura, W. 2025. "Laplacian Eigenvector Centrality." arXiv preprint arXiv:2501.11024.
- [22] Katz, L. 1953. "A New Status Index Derived from Sociometric Index." Psychometrika, vol.18, no.1, pp.39-43.
- [23] Mark, E. & Newman, J. 2010. Networks: An Introduction. Oxford University Press.
- [24] Vanni, N. & Wood, R. 2024. "Efficient computation of Katz centrality for very dense networks via negative parameter Katz." Journal of Complex Networks, vol.12, no.5.
- [25] Goh, K., Kahng, B. & Kim, D. 2001. "Universal behavior of Load Distribution in Scale-Free Networks." Physical Review Letters, vol.87, no.27.
- [26] Mark, E. & Newman, J. 2001. "Scientific collaboration networks. II. Shortest paths, weighted networks, and centrality." Physical Review E, vol.64, no.1.
- [27] Marchiori, M. & Latora, V. 2000. "Harmony in the small-world." Physica A: Statistical Mechanics and its Applications, vol.285, no.3-4, pp.539-546.
- [28] Qi, X., Fuller, E., Wu, Q., Wu, Y. & Zhang, C. Q. 2012. "Laplacian centrality: A new centrality measure for weighted networks." Information Sciences, vol.194, pp.240-253, 2012.
- [29] Zhu, X. & Hao. 2024. "Identifying influential nodes in social networks via improved Laplacian centrality." Chaos, Solitons & Fractals, vol.189, no.1.